# 2015 年 度 入 学 試 験 問 題

# 物　理

(試験時間　13：15～14：45　90 分)

1．この問題は，入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙は，記述解答用紙とマーク解答用紙の２種類がありますので注意してください。

3．解答は，必ず解答欄に記入してください。なお，解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に，マーク解答用紙には鉛筆のあとや消しくずを残さないでください。また，折りまげたり，汚したりしないでください。記述解答用紙の下敷きにマーク解答用紙を使用することは絶対にさけてください。

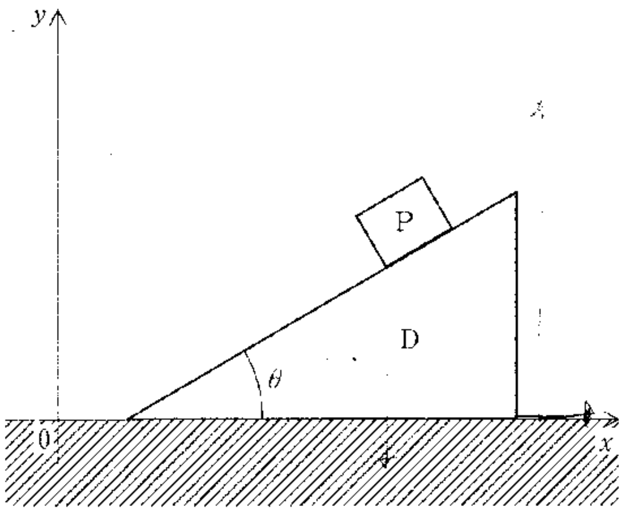
5．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入してください。

6．マーク解答用紙の受験番号および受験番号のマーク記入は，コンピュータ処理上非常に重要なので，誤記のないよう特に注意してください。

141－NQ－P

Ⅰ　次の文章の空欄にあてはまる数式，語句またはグラフを，それぞれ解答群の中から選び，マーク解答用紙の所定の場所にマークしなさい。(33 点)

図に示すように，なめらかで水平な床の上に質量 $M$，傾きの角 $\theta$ の台 D が置かれている。時刻 $t=0$ で，大きさの無視できる質量 $m$ の物体 P を台 D の斜面上に置いたところ，物体 P は斜面に沿って左下向きに，台 D は床上を右向きに滑りだした。台 D にはたらく力は台 D の重心にかかるものとして，滑りだした直後の物体 P と台 D の運動を以下の手順で調べてみよう。ただし，物体 P と台 D，台 D と床の間に摩擦はないものとし，重力加速度の大きさを $g$ とする。また，床面上の水平右向きを $x$ 軸の正の向きとし，鉛直上向きを $y$ 軸の正の向きとする。




図

まず，物体 P の運動に着目する。物体 P には，重力と台 D から大きさ $N$ の垂直抗力がはたらいている。床からみた物体 P の加速度の $x$ 成分を $a_x$，$y$ 成分を $a_y$ で表すことにすると，$x$ 方向と $y$ 方向の運動方程式は，それぞれ，

$$ma_x = \boxed{\quad(1)\quad} \qquad \text{(a)}$$

$$ma_y = \boxed{\quad(2)\quad} \qquad \text{(b)}$$

と書くことができる。

次に，台Dの運動に着目する。台Dには，重力，床から大きさ $N'$ の垂直抗力，物体Pから斜面に垂直な方向に大きさ $N$ の力がはたらいている。台Dが物体Pから受ける力と物体Pが台Dから受ける垂直抗力は，大きさが等しく向きが反対の関係にある。これを $\boxed{\quad(3)\quad}$ の法則という。台Dは $x$ 軸に沿った方向に運動していることから，ここでは，それらの力の $x$ 成分のみに着目すればよい。床からみた台Dの $x$ 方向の加速度を $A_x$ で表すと，運動方程式は，

$$MA_x = \boxed{\quad(4)\quad} \tag{c}$$

と書くことができる。また，台Dからみた物体Pの加速度は斜面に沿った方向を向いていることから，

$$\frac{a_y}{a_x - A_x} = \tan\theta \tag{d}$$

の関係式が成り立つ。ここで，分母の $a_x - A_x$ は，台Dからみた物体Pの $x$ 方向の加速度を表している。

以上の4つの式から，$N$，$a_x$，$a_y$，$A_x$ を求めることができる。まず，(d)式に(a)，(b)，(c)式を代入することにより，$N = \boxed{\quad(5)\quad} \times mg$ が得られる。次に，この $N$ を(a)式に代入すれば，$a_x = \boxed{\quad(6)\quad} \times g$ が得られる。$a_y$，$A_x$ についても同様にすればよい。

このようにして得られた $a_x$，$a_y$ と $A_x$ を用いて，物体Pと台Dの位置を時刻 $t$ の関数として表すことができる。時刻 $t = 0$ のときの物体Pの位置座標を $(x_0, y_0)$，台Dの重心の $x$ 座標を $X_0$ で表すことにすると，時刻 $t$ における物体Pの $y$ 座標は $\boxed{\quad(7)\quad}$，台Dの重心の $x$ 座標は $\boxed{\quad(8)\quad}$ となる。さらに，物体Pの軌跡を実線で図示すると，$\boxed{\quad(9)\quad}$ のようになる。ここで，図中の点線の傾きは，時刻 $t = 0$ における台Dの斜面の傾きを表している。

さて，物体Pと台Dを1つの物体Qとみなしたときの，物体Qの重心の運動に着目してみよう。時刻 $t = 0$ のときの重心の位置座標を $(X_G, Y_G)$ で表すと，時刻 $t$ における位置座標は $\boxed{\quad(10)\quad}$ となる。すなわち，物体Qの重心は $\boxed{\quad(11)\quad}$ していることがわかる。

[解　答　群]

(1)に対するもの

ア．$N$　　イ．$-N$　　ウ．$N\cos\theta$　　エ．$-N\cos\theta$

オ．$N\sin\theta$　　カ．$-N\sin\theta$　　キ．$N\tan\theta$　　ク．$-N\tan\theta$

(2)に対するもの

ア．$mg$　　イ．$-mg$　　ウ．$N\cos\theta-mg$

エ．$N\cos\theta+mg$　　オ．$N\sin\theta-mg$　　カ．$-N\sin\theta-mg$

キ．$N\tan\theta-mg$　　ク．$-N\tan\theta-mg$

(3)に対するもの

ア．慣性　　イ．作用反作用　　ウ．力のつりあい

エ．運動量保存　　オ．力学的エネルギー保存　　カ．質量保存

キ．反射　　ク．落下

(4)に対するもの

ア．$N$　　イ．$-N$　　ウ．$N\cos\theta$　　エ．$-N\cos\theta$

オ．$N\sin\theta$　　カ．$-N\sin\theta$　　キ．$N\tan\theta$　　ク．$-N\tan\theta$

(5)に対するもの

ア．$-\dfrac{1}{\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta}$　　イ．$\dfrac{1}{\left(2+\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta}$　　ウ．$\dfrac{\cos\theta}{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta}$

エ．$-\dfrac{\cos\theta}{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta}$　　オ．$-\dfrac{\cos\theta}{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta}$　　カ．$\dfrac{\cos\theta}{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta}$

キ．$\dfrac{\cos\theta}{\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta+1}$　　ク．$-\dfrac{\cos\theta}{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta-\cos^2\theta}$

(6)に対するもの

ア．$\dfrac{\cos\theta}{\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta}$　イ．$-\dfrac{\cos\theta}{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta}$　ウ．$\dfrac{\cos\theta}{\left(2+\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta}$

エ．$-\dfrac{\cos\theta}{\left(2+\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta}$　オ．$\dfrac{\sin\theta\cos\theta}{\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta+1}$　カ．$-\dfrac{\sin\theta\cos\theta}{\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta+1}$

キ．$\dfrac{\sin\theta\cos\theta}{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta-\cos^2\theta}$　ク．$-\dfrac{\sin\theta\cos\theta}{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta-\cos^2\theta}$

(7)に対するもの

ア．$y_0+\dfrac{1+\dfrac{m}{M}}{2\left(2+\dfrac{m}{M}\right)}gt^2$　イ．$y_0-\dfrac{1+\dfrac{m}{M}}{2\left(2+\dfrac{m}{M}\right)}gt^2$

ウ．$y_0+\dfrac{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta}{2\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2$　エ．$y_0-\dfrac{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta}{2\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2$

オ．$y_0+\dfrac{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta}{2\left[\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta-\cos^2\theta\right]}gt^2$　カ．$y_0-\dfrac{\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta}{2\left[\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta-\cos^2\theta\right]}gt^2$

キ．$y_0-\dfrac{1+\dfrac{m}{M}}{2\left(\dfrac{m}{M}\right)}gt^2$　ク．$y_0-\dfrac{1}{2}gt^2$

(8)に対するもの

ア．$X_0+\dfrac{\cos\theta}{2\sin\theta}gt^2$　イ．$X_0+\dfrac{\cos\theta}{2\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta}gt^2$

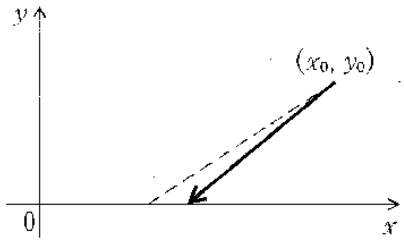
ウ．$X_0+\dfrac{\left(\dfrac{m}{M}\right)\cos\theta}{2\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta}gt^2$　エ．$X_0+\dfrac{\left(\dfrac{m}{M}\right)\cos\theta}{2\left(2+\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta}gt^2$

オ. $X_0-\dfrac{\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta\cos\theta}{2\left[\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta-\cos^2\theta\right]}gt^2$　　カ. $X_0+\dfrac{\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta\cos\theta}{2\left[\left(1+\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta-\cos^2\theta\right]}gt^2$

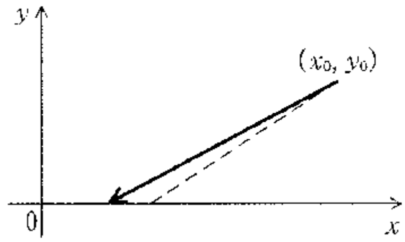
キ. $X_0-\dfrac{\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta\cos\theta}{2\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2$　　ク. $X_0-\dfrac{\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta\cos\theta}{2\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2$

(9)に対するもの

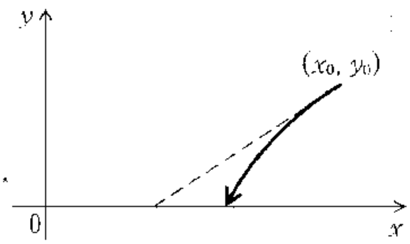
ア.



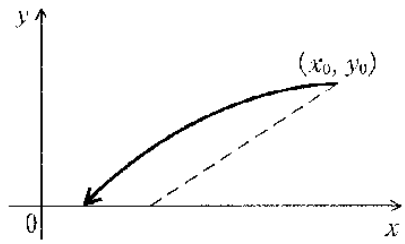

イ.



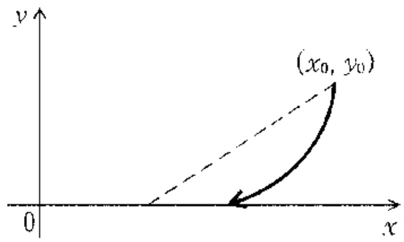

ウ.



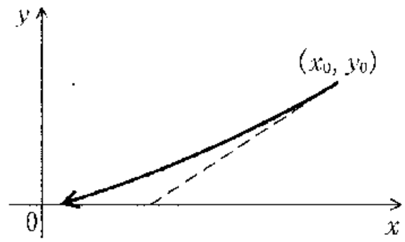

エ.




オ.




カ.



(10)に対するもの

ア．$(X_G,\ Y_G)$

イ．$\left(X_G+\dfrac{\left(1-\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta\cos\theta}{2\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2,\ Y_G\right)$

ウ．$\left(X_G-\dfrac{\left(1-\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta\cos\theta}{2\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2,\ Y_G\right)$

エ．$\left(X_G,\ Y_G-\dfrac{\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta}{2\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2\right)$

オ．$\left(X_G-\dfrac{\left(1-\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta\cos\theta}{2\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2,\ Y_G-\dfrac{\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta}{2\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2\right)$

カ．$\left(X_G+\dfrac{\left(1-\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta\cos\theta}{4\left[1-\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2,\ Y_G-\dfrac{1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta}{4\left[1-\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2\right)$

キ．$\left(X_G+\dfrac{\left(1-\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta\cos\theta}{2\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2,\ Y_G-\dfrac{\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta}{2\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2\right)$

ク．$\left(X_G-\dfrac{\left(1-\dfrac{m}{M}\right)\sin\theta\cos\theta}{4\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2,\ Y_G-\dfrac{1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta}{4\left[1+\left(\dfrac{m}{M}\right)\sin^2\theta\right]}gt^2\right)$

(11)に対するもの

ア．静止　　　　　　　　イ．右向きに運動

ウ．左向きに運動　　　　エ．鉛直下向きに運動

オ．斜め右下向きに運動　カ．斜め左下向きに運動

II　次の文章の空欄にあてはまる数式，文章などをそれぞれ記述解答用紙の所定の場所に記入しなさい。ただし(1)から(4)には数式を，(5)には図中に矢印を，(6)には文章を，(7)から(10)には数式を，(11)には語句を，(12)には数式及び文章を書きなさい。(34 点)

図 1 のような座標系を考える。$y$ 軸は鉛直下向きが正となるようにとる。$z=0$ の $xy$ 平面での磁束密度は，$z$ 軸の正の方向（図 1 において紙面に垂直に裏から表向き）に向いており，その大きさは $B=B_0+\alpha y$ のように表すことができるとする（図 2）。ただし，$B_0$，$\alpha$ はそれぞれ正の定数とする。このとき，$z=0$ の $xy$ 平面内で，図 3 のような一辺が $\ell$ の正方形の枠を落下させる。枠は金属でできており，単位長さあたりの電気抵抗は $r$，枠全体の質量は $M$ である。この枠は絶縁体のレールに質量の無視できる絶縁体のバンドで連結されており，変形したり傾いたりしないとする。またレールとの間に摩擦はなく，$z=0$ の $xy$ 平面内で $y$ 軸に沿って運動するものとする（図 4）。重力加速度の大きさを $g$ とする。

枠が速さ $v$ で落下している場合，十分短い時間 $\Delta t$ の間に枠の中心は $y$ から $y+v\Delta t$ に移動する。このとき図 5 のように，枠は PQRS の位置から P′Q′R′S′ の位置に移動したとする。$\Delta t$ は十分小さいので，SRR′S′ の部分の磁束密度は $B_0+\alpha\left(y+\dfrac{\ell}{2}\right)$，PQQ′P′ の部分の磁束密度は $B_0+\alpha\left(y-\dfrac{\ell}{2}\right)$ で表せる。このとき SRR′S′ の部分の磁束は $\boxed{\quad(1)\quad}$ となる。同様に PQQ′P′ の部分の磁束も求めることができる。このことから，枠が PQRS の位置から P′Q′R′S′ の位置に移動したことによって生じた枠全体を貫く磁束の変化 $\Delta\Phi$ は $\ell$，$\alpha$，$v$，$\Delta t$ を用いて $\boxed{\quad(2)\quad}$ と表すことができ，枠に発生する誘導起電力の大きさは $\boxed{\quad(3)\quad}$ となる。また枠に流れる誘導電流の大きさ $I$ を $\ell$，$\alpha$，$r$，$v$ で表すと $\boxed{\quad(4)\quad}$ となり，電流の向きを矢印で示すと $\boxed{\quad(5)\quad}$ のようになる。その理由は $\boxed{\quad(6)\quad}$ である。

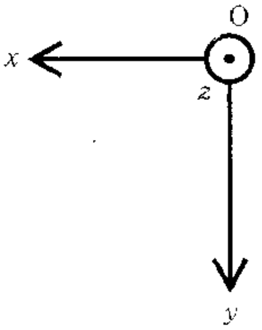

O
x
z
y

図 1

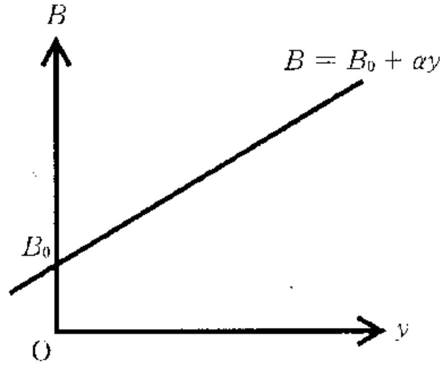

B
$B = B_0 + \alpha y$
$B_0$
O
y

図 2

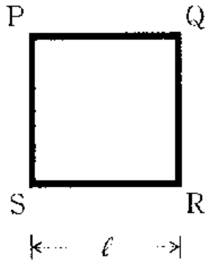

P
Q
S
R
ℓ

図 3

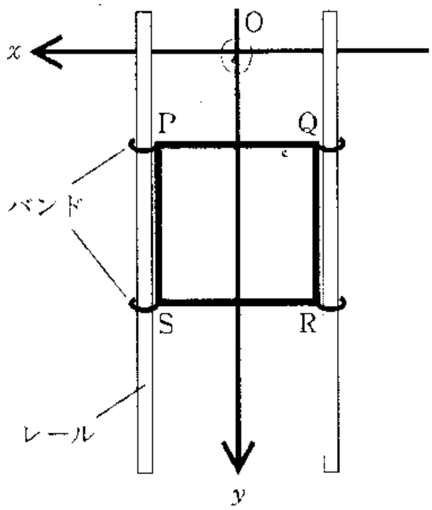

x
O
P
Q
バンド
S
R
レール
y

図 4

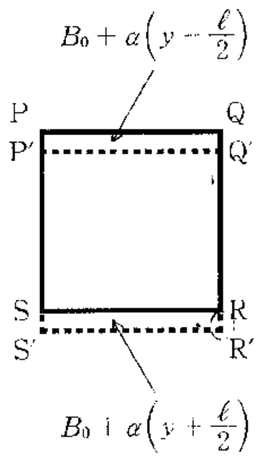

$B_0 + \alpha\left(y - \frac{\ell}{2}\right)$
P
Q
P′
Q′
S
R
S′
R′
$B_0 + \alpha\left(y + \frac{\ell}{2}\right)$

図 5

(4)で求めた誘導電流は磁界から力を受ける。辺PQにはたらく力は $\boxed{\quad(7)\quad}$ と求められる。辺RSにはたらく力も同様に求めることができ，枠全体は $\boxed{\quad(8)\quad}$ の力を磁界から受けることになる。ただし，(7)(8)は鉛直下向きを正として答えなさい。

長い時間が経つと，枠は等速度運動を行うことになる。この時の速度（終端速度）の大きさ $v_f$ を $\ell$, $a$, $r$, $M$, $g$ を用いて表すと $\boxed{\quad(9)\quad}$ となる。このとき，単位時間あたりに失われている力学的エネルギーを $\ell$, $a$, $r$, $v_f$ を用いて表すと $\boxed{\quad(10)\quad}$ となる。このエネルギー減少分は $\boxed{\quad(11)\quad}$ に変換されていると考えることができる。その根拠を，数式を用いて解答欄 $\boxed{\quad(12)\quad}$ に書きなさい。

III　次の文章の空欄にあてはまる数式，数値または語句を，それぞれ記述解答用紙の所定の場所に記入しなさい。(33 点)

水中や海底にある物体を探知したり，その動きを調べたりする装置にソナーがある。この装置では，超音波を物体に照射し，物体からの反射波を測定することによって，物体の位置や動きを調べることができる。水中では超音波の減衰は電磁波に比べて少ないのでこの方法は有効であるが，一方で，潮流のような水の流れがあると波の伝わる速さが変化するので，測定結果に影響を及ぼす可能性がある。そこで，水の流れの影響を調べることにしよう。なお，必要なら，$|x|$ が 1 より十分小さいとき ($|x| \ll 1$) に成り立つ近似式 $\dfrac{1}{1+x} \fallingdotseq 1 - x$ を使いなさい。

水中の装置 S と物体 R を考える。S から超音波を R に照射すると，R で反射された超音波が S に戻ってくる。S が発射する超音波の振動数を $f$，静止した水の中での音速を $c$ とする。水は S から R に向かって一様に流れており，その速さは $w$ $(w < c)$ である。

はじめに，図 1 のように，S と R は海底に固定されていて動かないとする。この場合，S から出た超音波が R に到達するのに必要な時間 $t_1$ は，S と R の距離 $\ell$ や水流の速さ $w$ を使って，$t_1 = \boxed{\quad (1) \quad}$ と表すことができる。同様に，R から S へ超音波が戻ってくる時間 $t_2$ も求めることができる。これらから，S から発射された超音波が S に戻ってくる時間 $t_1 \cdot t_2$ と $\ell$ の間には $\ell = \boxed{\quad (2) \quad} \times (t_1 + t_2)$ の関係があることがわかる。所要時間 $t_1 + t_2$ と水流の速さ $w$ がわかれば，装置から物体までの距離 $\ell$ を求めることができる。

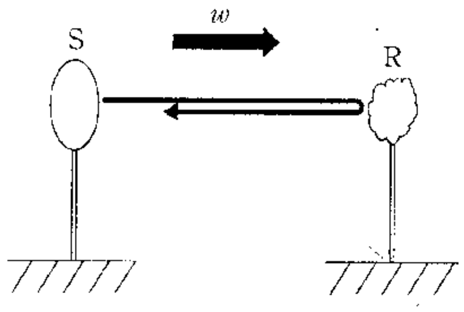



図 1

水流の速さ $w$ は，超音波の波としての性質を使うと求めることができる。Ｓから Ｒへ超音波が到達するのに要する時間 $t_1$ の間にＳから送り出される波の数は $ft_1$ 個である。これから，超音波の波長 $\lambda_1$ を求めることができる。$c$，$w$，$f$ を使って，これを表すと，$\lambda_1 = \boxed{\quad(3)\quad}$ である。Ｒで反射されて戻ってくる超音波の波長 $\lambda_2$ も同様にして求めると，波長の変化 $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ は $\boxed{\quad(4)\quad}$ となる。波長差 $\Delta\lambda$ が測れるように装置を工夫しておけば，この関係を使って水流の速さ $w$ を求めることができる。

次に，図２のようにＳは海底に固定されているが，ＲはＳに向かって速さ $v$ で近づく場合を考えよう。この場合には，$\boxed{\quad(5)\quad}$ 効果によって，発射された超音波の振動数 $f$ とＲで反射されて戻ってくる超音波の振動数 $f'$ に差が生じる。$f'$ と $f$ の関係を調べるために，Ｒで観測される超音波の振動数 $f_R$ を求めよう。ＳからＲに向かう超音波の波長は上で求めた(3)で与えられる。一方，Ｒからみた波の相対的な速さは，ＲがＳに近づくことから速くなり，$c + w + v$ となる。このことを考慮すると，$f_R = \boxed{\quad(6)\quad} \times f$ の関係が得られる。反射波は，この振動数 $f_R$ でＳに向かって伝搬する。

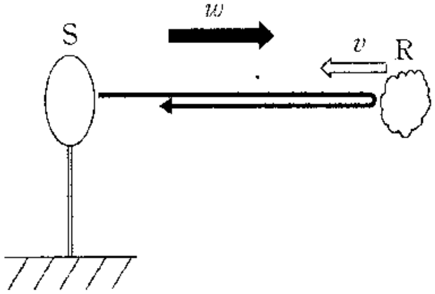



図２

この場合の反射波の波長 $\lambda'$ を求めよう。Ｓから測ったＲの位置が $\ell'$ のときにＲで反射した超音波は，時間 $t' = \dfrac{\ell'}{c - w}$ の後にＳに到達する。この時間 $t'$ の間にＲで反射してＳに向かった波の数は $f_R t'$ 個，時間 $t'$ 後のＲとＳの距離は $\ell' - vt'$ である。これらから，反射波の波長 $\lambda'$ と $f$ の関係を $c$，$w$，$v$ で表すと，

$$\lambda' = \boxed{\quad(7)\quad} \times \frac{c+w}{f} \qquad \text{(a)}$$

となる。得られた$\lambda'$から，Sで観測される反射波の振動数$f'$は容易に得られる。この結果を使って，振動数差$\Delta f = f' - f$と$f$の比を$c$，$w$，$v$を使って表すと，

$$\frac{\Delta f}{f} = \boxed{\quad(8)\quad} \qquad \text{(b)}$$

となることがわかる。

水中の音速は$c = 5.4 \times 10^3\ \mathrm{km/h}$である。一方，海流等による水の流れや水中を移動する物体の速さは，条件

$$\frac{w}{c} \ll 1,\ \frac{v}{c} \ll 1 \qquad \text{(c)}$$

を満たすと考えてよい。このような関係が成り立つ場合に使われる近似を使って，$\Delta f$と$f$の比を表すと，

$$\frac{\Delta f}{f} = \boxed{\quad(9)\quad} \qquad \text{(d)}$$

となる。条件(c)が成り立つ場合には，水の流れの効果は $\boxed{\quad(10)\quad}$ ことがわかる。

シャチは水中を$v = 80\ \mathrm{km/h}$もの速さで移動するという。この速さでシャチが水中を移動することにより生じる振動数差$\Delta f$はどの程度になるかを求めよう。超音波の振動数を$f = 2.0 \times 10^4\ \mathrm{Hz}$，水流の速さを$w = 10\ \mathrm{km/h}$とする。この場合について，条件(c)が成り立つとして，振動数差を有効数字2桁で求めると$\Delta f = \boxed{\quad(11)\quad}\ \mathrm{Hz}$となる。