

2017 年度 入学 試験 問題

物 理

(試験時間 13:15~14:45 90分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙には、記述解答用紙とマーク解答用紙の2種類がありますので注意してください。
3. 解答は、必ず解答欄に記入およびマークしてください。解答欄以外への記入およびマークは無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に、マーク解答用紙には鉛筆のあとや消しくずを残さないでください。
5. 解答用紙を折り曲げたり、汚したりしないでください。また、マーク解答用紙を記述解答用紙の下敷きを使用しないでください。
6. 解答用紙には、必ず受験番号と氏名を記入およびマークしてください。
7. マーク解答用紙への受験番号の記入およびマークは、コンピュータ処理上非常に重要なので、誤記のないよう特に注意してください。

MEMORANDUM FOR THE RECORD

DATE: 10/15/54

SUBJECT: [Illegible]

[The following text is extremely faint and illegible due to the quality of the scan. It appears to be a memorandum detailing a meeting or a set of instructions.]

(計算用紙)

(設問は次ページより始まる)

I 次の文章の空欄にあてはまる数式，図，または文章を解答群の中から選び，マーク解答用紙の所定の場所にマークしなさい。(34点)

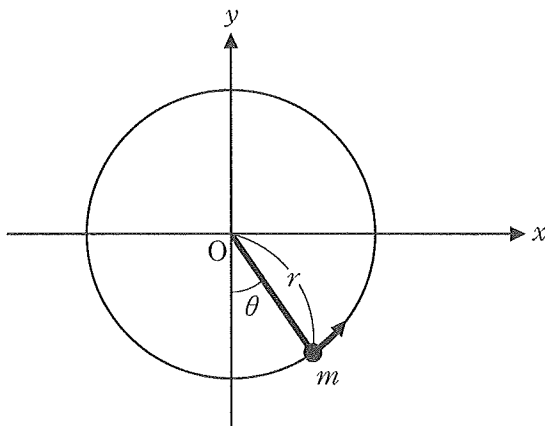


図1

水平方向に x 軸，鉛直上向きに y 軸をとる。この xy 面内を，大きさが無視できる小球が運動する。小球の質量を m [kg] とし，重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。ひもの一端が図1の原点 O に固定されていて，ひもにつながった小球が，原点 O から一定の距離 r [m] を保って円運動をしている。ひもに太さや重さはなく，空気抵抗はないものとする。原点 O からみた小球の位置の方向と鉛直下向きの方向のなす角を θ [rad] とする。小球の速さは θ によって変化し， $v(\theta)$ [m/s] とおく。特に， $\theta = 0$ における小球の速さ $v(0)$ を v_M と書くことにする。小球は θ の増加する方向に運動している。力学的エネルギー保存の法則を使うと，(1) という関係が成り立つ。小球には重力と，ひもから受ける張力 T がはたらいている。それらの合力のうち，ひもに沿った方向の成分は，向心力でなければならない。向心力は m ， r と $v(\theta)$ により与えられるが，その関係式は円運動が等速でなくても成り立つ。この事実を使うと，張力は $T =$ (2) [N] と表される。ひもがたるまずに円運動を続けるには，常に $T > 0$ が成り立たなければいけないので， v_M が満たすべき条件は (3) である。横軸に θ ，縦軸に小球の速さの二乗 $\{v(\theta)\}^2$ をとって図示すると (4) のようになる。小球の速度を成分にわけて書くと， $(v_x, v_y) = (v(\theta) \cos \theta, v(\theta) \sin \theta)$ である。

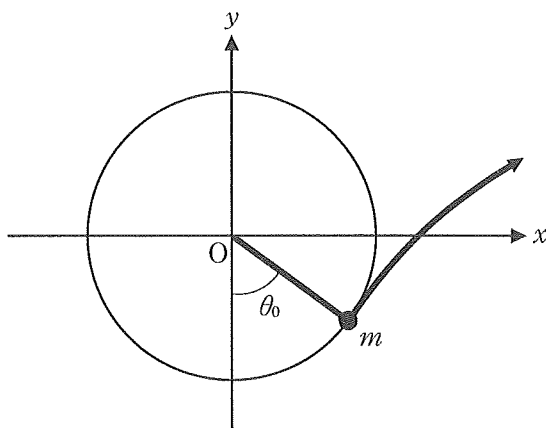


図 2

小球が円運動をしている最中に、小球に力を加えることなく、瞬間的にひもを原点 O からはずすことができるものとする。そのあとは、図 2 に示すように、小球に重力だけがはたらいて運動する。ひもをはずした瞬間を $t = 0$ とし、このとき小球は $\theta = \theta_0$ [rad] にあったとする。たとえば $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$ の場合、 $t > 0$ では小球の速度の x 成分と加速度の x 成分はともに 0 のままで、 $x(t) = r$ [m] であり、 $y(t) = \boxed{(5)}$ [m] と表される。

これよりあとは、 $0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$ の場合を考える。 $t > 0$ において小球の位置 $(x(t), y(t))$ は、 $x(t) = \boxed{(6)}$ [m]、 $y(t) = \boxed{(7)}$ [m] と表される。小球の高さが最大になる時刻を t_1 [s] とする。時刻 $t = t_1$ における小球の位置を (x_1, y_1) とおく。この x_1 の値を求めよう。時刻 t_1 では速度の y 成分が 0 となるので、 $t_1 = \boxed{(8)}$ [s] と求められる。この(8)の結果を(6)に代入すると、 x_1 が θ_0 によってどう変化するかがわかる。たとえば、 $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$ の場合、 $x_1 = \boxed{(9)}$ [m] となる。次に、 $\theta_0 = \frac{\pi}{4} + \delta$ とし、 δ の絶対値が 1 より十分に小さい場合を考える。このとき、 $x_1 \doteq (9) + A\delta + B\delta^2$ と近似できる。ここで $\sin\left(\frac{\pi}{4} + \delta\right) \doteq \frac{\sqrt{2}}{2}\left(1 + \delta - \frac{\delta^2}{2}\right)$ 、 $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \delta\right) \doteq \frac{\sqrt{2}}{2}\left(1 - \delta - \frac{\delta^2}{2}\right)$ と近似した。上式の δ の係数 A は $\boxed{(10)}$ である。さらに、 δ^2 の係数 B は負である。この事実を使うと、 $\boxed{(11)}$ ことがわかる。

[解答群]

(1)に対するもの

$$(a) \quad \frac{1}{2}m\{v(\theta)\}^2 + mgr \sin \theta = \frac{1}{2}mv_M^2$$

$$(b) \quad \frac{1}{2}m\{v(\theta)\}^2 - mgr \sin \theta = \frac{1}{2}mv_M^2$$

$$(c) \quad \frac{1}{2}m\{v(\theta)\}^2 - \frac{mg}{r} \sin \theta = \frac{1}{2}mv_M^2$$

$$(d) \quad \frac{1}{2}m\{v(\theta)\}^2 + mgr \cos \theta = \frac{1}{2}mv_M^2 + mgr$$

$$(e) \quad \frac{1}{2}m\{v(\theta)\}^2 + mgr \cos \theta = \frac{1}{2}mv_M^2 - mgr$$

$$(f) \quad \frac{1}{2}m\{v(\theta)\}^2 - mgr \cos \theta = \frac{1}{2}mv_M^2 + mgr$$

$$(g) \quad \frac{1}{2}m\{v(\theta)\}^2 - mgr \cos \theta = \frac{1}{2}mv_M^2 - mgr$$

$$(h) \quad \frac{1}{2}m\{v(\theta)\}^2 - \frac{mg}{r} \cos \theta = \frac{1}{2}mv_M^2 - \frac{mg}{r}$$

(2)に対するもの

$$(a) \quad m \frac{\{v(\theta)\}^2}{r} + mg \sin \theta$$

$$(b) \quad m \frac{\{v(\theta)\}^2}{r} - mg \sin \theta$$

$$(c) \quad m \frac{\{v(\theta)\}^2}{r} + mg \cos \theta$$

$$(d) \quad m \frac{\{v(\theta)\}^2}{r} - mg \cos \theta$$

$$(e) \quad m \frac{r^2}{v(\theta)} + mg \sin \theta$$

$$(f) \quad m \frac{r^2}{v(\theta)} - mg \sin \theta$$

$$(g) \quad m \frac{v(\theta)}{r^2} + mg \cos \theta$$

$$(h) \quad m \frac{v(\theta)}{r^2} - mg \cos \theta$$

(3)に対するもの

$$(a) \quad v_M^2 > gr$$

$$(b) \quad v_M^2 > 3gr$$

$$(c) \quad v_M^2 > 4gr$$

$$(d) \quad v_M^2 > 5gr$$

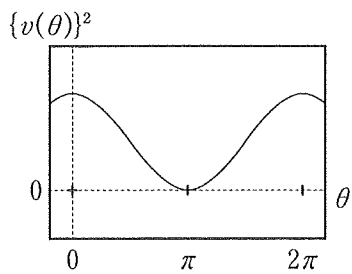
$$(e) \quad v_M^2 < gr$$

$$(f) \quad v_M^2 < 3gr$$

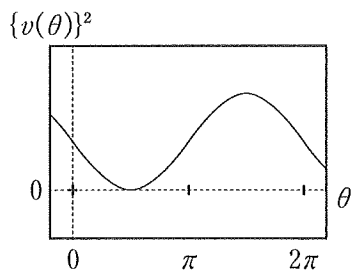
$$(g) \quad v_M^2 < 4gr$$

$$(h) \quad v_M^2 < 5gr$$

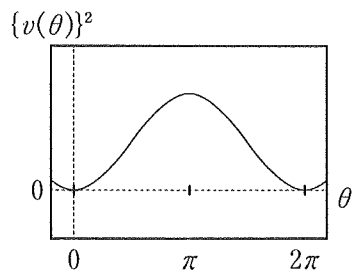
(4)に対するもの



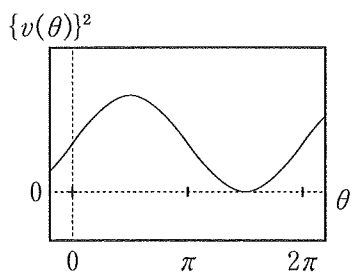
(a)



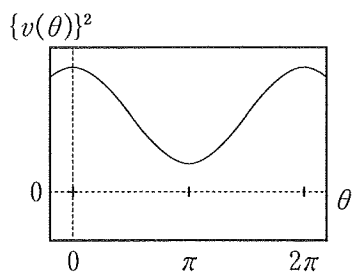
(b)



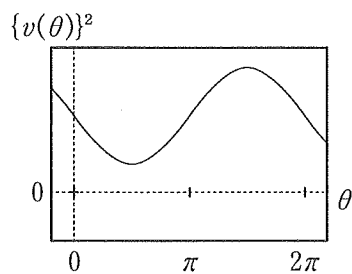
(c)



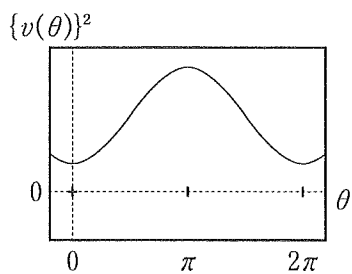
(d)



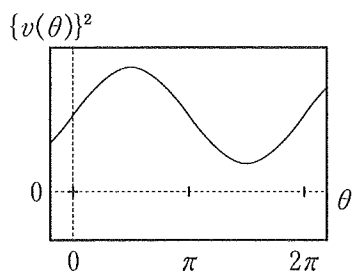
(e)



(f)



(g)



(h)

(5)に対するもの

(a) $-2gt^2 + \sqrt{v_M^2 - 4gr} \cdot t$

(b) $-2gt^2 + \sqrt{v_M^2 - 2gr} \cdot t$

(c) $-2gt^2 + v_M \cdot t$

(d) $-2gt^2 + \sqrt{v_M^2 + 2gr} \cdot t$

(e) $-\frac{1}{2}gt^2 + \sqrt{v_M^2 - 4gr} \cdot t$

(f) $-\frac{1}{2}gt^2 + \sqrt{v_M^2 - 2gr} \cdot t$

(g) $-\frac{1}{2}gt^2 + v_M \cdot t$

(h) $-\frac{1}{2}gt^2 + \sqrt{v_M^2 + 2gr} \cdot t$

(6)に対するもの

(a) $v(\theta_0)\sin\theta_0 \cdot t - r\cos\theta_0$

(b) $-v(\theta_0)\sin\theta_0 \cdot t + r\cos\theta_0$

(c) $v(\theta_0)\cos\theta_0 \cdot t + r\sin\theta_0$

(d) $-v(\theta_0)\cos\theta_0 \cdot t - r\sin\theta_0$

(e) $-\frac{1}{2}gt^2 + v(\theta_0)\sin\theta_0 \cdot t - r\cos\theta_0$

(f) $-\frac{1}{2}gt^2 - v(\theta_0)\sin\theta_0 \cdot t + r\cos\theta_0$

(g) $-\frac{1}{2}gt^2 + v(\theta_0)\cos\theta_0 \cdot t + r\sin\theta_0$

(h) $-\frac{1}{2}gt^2 - v(\theta_0)\cos\theta_0 \cdot t - r\sin\theta_0$

(7)に対するもの

(a) $-2gt^2 + v(\theta_0)\sin\theta_0 \cdot t - r\cos\theta_0$

(b) $-2gt^2 + v(\theta_0)\cos\theta_0 \cdot t + r\sin\theta_0$

(c) $-\frac{1}{2}gt^2 + v(\theta_0)\sin\theta_0 \cdot t - r\cos\theta_0$

(d) $-\frac{1}{2}gt^2 - v(\theta_0)\sin\theta_0 \cdot t + r\cos\theta_0$

(e) $-\frac{1}{2}gt^2 + v(\theta_0)\cos\theta_0 \cdot t + r\sin\theta_0$

(f) $-\frac{1}{2}gt^2 - v(\theta_0)\cos\theta_0 \cdot t - r\sin\theta_0$

(g) $-v(\theta_0)\sin\theta_0 \cdot t + r\cos\theta_0$

(h) $-v(\theta_0)\cos\theta_0 \cdot t - r\sin\theta_0$

(8)に対するもの

(a) $\frac{1}{4g}v(\theta_0)\sin\theta_0$

(b) $-\frac{1}{4g}v(\theta_0)\sin\theta_0$

(c) $\frac{1}{4g}v(\theta_0)\cos\theta_0$

(d) $-\frac{1}{4g}v(\theta_0)\cos\theta_0$

(e) $\frac{1}{g}v(\theta_0)\sin\theta_0$

(f) $-\frac{1}{g}v(\theta_0)\sin\theta_0$

(g) $\frac{1}{g}v(\theta_0)\cos\theta_0$

(h) $-\frac{1}{g}v(\theta_0)\cos\theta_0$

(9)に対するもの

(a) $\frac{v_M^2}{8g} + \left(\frac{5\sqrt{2}}{8} - \frac{1}{4}\right)r$

(b) $\frac{v_M^2}{8g} + \frac{5\sqrt{2}}{8}r$

(c) $\frac{v_M^2}{8g} + \left(\frac{5\sqrt{2}}{8} + \frac{1}{4}\right)r$

(d) $\frac{v_M^2}{8g} + \left(\frac{5\sqrt{2}}{8} + \frac{1}{2}\right)r$

(e) $\frac{v_M^2}{2g} + (\sqrt{2} - 1)r$

(f) $\frac{v_M^2}{2g} + \sqrt{2}r$

(g) $\frac{v_M^2}{2g} + (\sqrt{2} + 1)r$

(h) $\frac{v_M^2}{2g} + (\sqrt{2} + 2)r$

(10)に対するもの

(a) 0

(b) $\frac{v_M^2}{8g} + \left(\frac{3\sqrt{2}}{4} - 1\right)r$

(c) $\frac{v_M^2}{2g} - \left(\frac{3\sqrt{2}}{4} - 1\right)r$

(d) $\frac{v_M^2}{2g} + \left(\frac{3\sqrt{2}}{4} - 1\right)r$

(e) $\frac{\sqrt{3}v_M^2}{2g} + \left(\frac{3\sqrt{6}}{4} - \sqrt{3}\right)r$

(f) $-\frac{\sqrt{3}v_M^2}{2g} - \left(\frac{3\sqrt{6}}{4} - \sqrt{3}\right)r$

(g) $-\frac{v_M^2}{2g} - \left(\frac{3\sqrt{2}}{4} - 1\right)r$

(h) $-\frac{v_M^2}{8g} - \left(\frac{3\sqrt{2}}{4} - 1\right)r$

(11)に対するもの

(a) θ_0 を $\frac{\pi}{4}$ よりわずかに大きくしても小さくしても x_1 は大きくなる

(b) θ_0 を $\frac{\pi}{4}$ よりわずかに大きくしても小さくしても x_1 は小さくなる

(c) θ_0 を $\frac{\pi}{4}$ よりわずかに大きくすると x_1 は大きくなり,

θ_0 を $\frac{\pi}{4}$ よりわずかに小さくすると x_1 は小さくなる

(d) θ_0 を $\frac{\pi}{4}$ よりわずかに大きくすると x_1 は小さくなり,

θ_0 を $\frac{\pi}{4}$ よりわずかに小さくすると x_1 は大きくなる

(計算用紙)

(計算用紙)

(設問は次のページにつづく)

II 次の文章の空欄にあてはまる数式，数値，またはグラフをそれぞれ記述解答用紙の所定の場所に記入しなさい。(33点)

地球は金属のように電流をよく流すので，大きな導体球と見なすことができる。一方，地球のまわりの大気は地表付近ではほとんど電流を流さないが，高さ H [m] 以上の上空に行くと抵抗率が小さな導電層とよばれる層が現れる。したがって，地表からの高さを h [m] とすると，大気は $0 \leq h \leq H$ の領域で絶縁体， $h > H$ の領域で導体になっていると考えることができる。ここで， H は約 5.0×10^4 m である。これらの性質に加えて，地表付近では，世界中のどこでもほぼ同じ値の電場（電界）が検出される。このような特徴を持つ「地球とまわりの大気」について，その電気的性質を調べよう。なお，以下の解答で必要なら，次の数値を使いなさい。地球の半径 $R = 6.4 \times 10^6$ m，地球の表面積 $4\pi R^2 = 5.1 \times 10^{14}$ m²，大気の誘電率 $\epsilon = 8.9 \times 10^{-12}$ F/m。ここで， ϵ は大気中でのクーロンの法則の比例定数 k [Nm²/C²] と $k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$ の関係にある。数値は有効数字1桁で答えなさい。

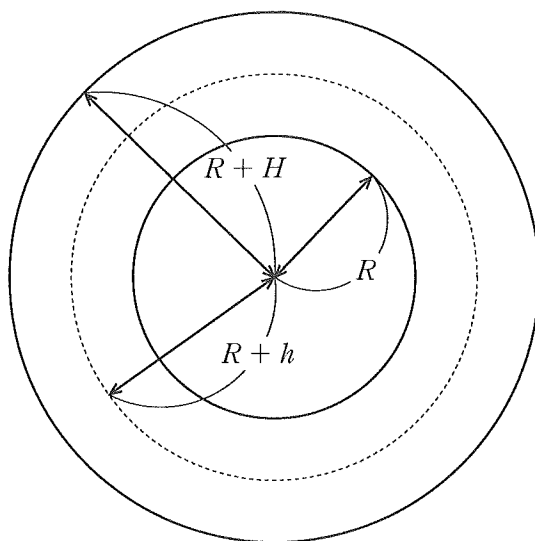


図1

図1のように、地球の半径を R 、地表からの高さを h として、半径 $R+h$ の球を考える。この球の中心は地球の中心と一致している。この球の内部にある電荷を $Q(h)$ [C] とすれば、球の表面を貫く電気力線の本数 N [本] は、 h と $Q(h)$ を使って、 $N = \boxed{(1)}$ と書ける。これから、 h での電場 $E(h)$ [V/m] は、 R 、 h 、 $Q(h)$ 、および ϵ を使って、 $E(h) = \boxed{(2)}$ と表すことができる。ここで、 $E(h)$ の符号は地球の中心から外へむかう向き（鉛直上向き）を正、鉛直下向きを負とする。

測定によると地表付近の電場の絶対値 $|E(0)|$ は約 100 V/m、電場の向きは鉛直下向きである。電場の向きから、地球は負に帯電していることがわかる。この電荷を地球電荷とよぼう。地球電荷 $Q(0)$ の値は、符号も含めて書くと $\boxed{(3)}$ C となる。

電場が h によってどのように変化するかを調べよう。そのために、はじめに地球と導電層の間の大気には電荷が存在しないと仮定する。この場合、地表での電場 $E(0)$ と地表から高さ h での電場 $E(h)$ の比は、 $0 \leq h \leq H$ の領域で、 $\frac{E(0)}{E(h)} = \boxed{(4)}$ である。 $\frac{H}{R} \ll 1$ であることと導電層は導体の性質を持つことを考慮すると、 $E(h)$ のグラフは $\boxed{(5)}$ のようになる。このグラフから、地表から高さ h での電位 $V(h)$ と地球の電位 $V(0)$ の差の式を求めると、 $0 \leq h \leq H$ の領域では、 $V(h) - V(0) = |E(0)| \times \boxed{(6)}$ となる。この式から導電層と地表の電位差 $V(H) - V(0)$ を計算すると、 $\boxed{(7)}$ V の値が得られる。

次に、大気中に正電荷が分布している場合を考えよう。この正電荷の分布は、単位体積あたりの電荷（電荷密度）が、 $0 \leq h \leq H$ の領域で一定値 ρ [C/m³]、 $h > H$ でゼロであり、正電荷の総量は $-Q(0)$ に等しいと仮定する。この場合の ρ を求めると、 $|x| \ll 1$ となる x の値に対して成り立つ近似式 $(1+x)^a \doteq 1+ax$ (a は実数) を使って、 $\rho = -Q(0) \times \boxed{(8)}$ が得られる。このような正電荷の分布があると、電荷 $Q(h)$ （地球電荷と半径 $R+h$ の球内の大気中にある正電荷との和）によって生じる電場 $E(h)$ のグラフは、 $(R+h)^2 \doteq R^2$ および上で用いた $|x| \ll 1$ のとき成り立つ近似式を使うと、 $\boxed{(9)}$ と表すことができる。

測定によると、地表からの高さ h の増加とともに電場の絶対値 $|E(h)|$ は減少し、上空 (H 付近) ではゼロになることが知られている。この測定結果と上で求めた $E(h)$ の2つのグラフ(5)および(9)を比べると、大気中に正電荷が分布していることになる。正電荷が動くことができれば、負の地球電荷に引かれて、電流が地表に向かって流れ

る可能性がある。実際、地表の単位面積を通過する電流（電流密度） J [A/m^2] を地表付近で測ると、晴れた日には、 $J = 2 \times 10^{-12} A/m^2$ の微量な値が検出される。地球上のどこでもこの値であると考えて、地球全体に流れ込む電流 I [A] の大きさを求めると $I = \boxed{(10)}$ A となる。 I を一定と仮定して、地球電荷がなくなるまでの時間 T [s] を(10)の電流値を使って求めると、 $T = \boxed{(11)}$ s である。実際には地球に流れ込む電流は地球電荷の値で変わるはずだが、この変化を取り入れても、地球電荷はたちどころに消えるという結論になる。

ところが、1800年頃に発見された地表付近の電場の値とこの電場の h による変化のようすは、現在でも同じように観測されている。したがって、なんらかの機構によって、負の地球電荷と大気中の正電荷の分布が維持されていることになる。これは雷雲や宇宙線の影響によると考えられる。特に、地球電荷は、雷雲からの落雷などが負電荷を地表に運ぶことで維持されている。

(計算用紙)

(設問にはつづきがあります)

(計算用紙)

(計算用紙)

(設問は次のページにつづく)

Ⅲ 次の文章の空欄にあてはまる数式，語句，または数値をそれぞれ記述解答用紙の所定の場所に記入しなさい。(33点)

一定の振動数 f_0 の音を発する音源が， x 軸の正の向きに一定の速さ v で移動している。音源は時刻 $t = 0$ で原点 O を通過するものとする。 y 軸上の点 P で観測される音の振動数 f について考えてみよう。ただし， $\ell > 0$ とし，点 P の座標は $(0, \ell)$ で与えられるものとする。音速は c とする。

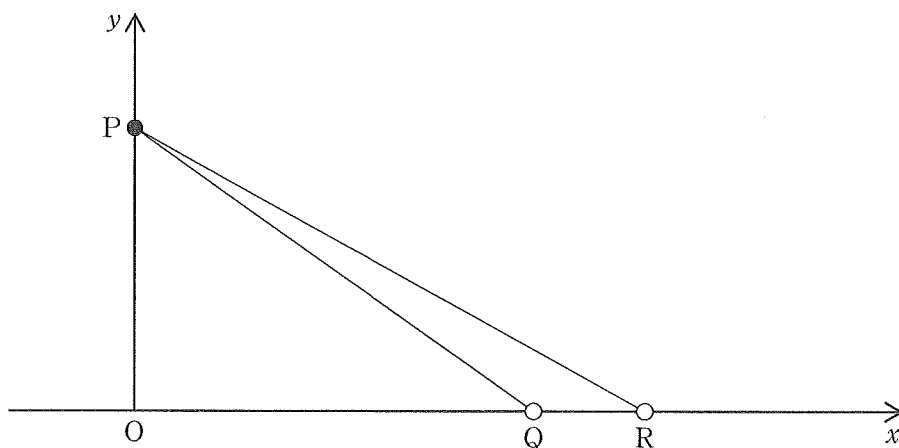


図 1

時刻 t での音源の位置を Q ，時刻 $t + \Delta t$ ($\Delta t > 0$) での音源の位置を R とする。図 1 は， $t > 0$ の場合を示した。点 P からこれらの点までの距離をそれぞれ \overline{PQ} ， \overline{PR} と書くことにする。時刻 t に点 Q から発せられた音が点 P に届く時刻を t' ，時刻 $t + \Delta t$ に点 R から発せられた音が点 P に届く時刻を $t' + \Delta t'$ としたときに， t' および $\Delta t'$ を t ， Δt ， c ， \overline{PQ} ， \overline{PR} を用いて表すと， $t' = t + \boxed{\text{(1)}}$ ， $\Delta t' = \Delta t + \boxed{\text{(2)}}$ となる。 Δt が微小の場合には，角 PQO と角 PRO はほぼ等しいとみなせる。図 2 に示すようにその角度を θ とすれば， \overline{PR} と \overline{PQ} の差は Δt ， v ， θ を用いて $\overline{PR} - \overline{PQ} = \boxed{\text{(3)}}$ と表せる。この結果を用いると， $\Delta t'$ は Δt ， v ， c ， θ を用いて

$$\Delta t' = \Delta t \times \boxed{\text{(4)}} \dots\dots\dots \text{(ア)}$$

と書くことができる。

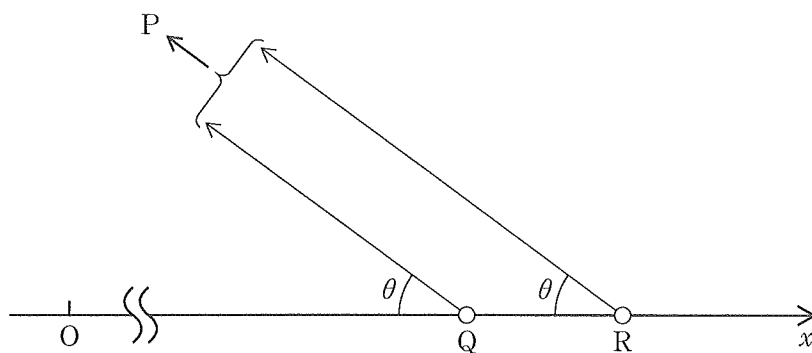


図 2

ここで、音源から発せられた音の周期 T が十分に小さいとして、式(ア)の Δt を T におきかえてみよう。そうすると、 $\Delta t'$ は点 P で観測される音の周期 T' を表すことになるので、上記の式(ア)は T' と T の関係式

$$T' = T \times \boxed{\quad (4) \quad} \dots\dots\dots (イ)$$

に書きかえられる。音源の振動数が $f_0 = \frac{1}{T}$ ，点 P で観測される音の振動数が $f = \frac{1}{T'}$ で与えられることを考慮すれば、式(イ)は

$$f = f_0 \times \boxed{\quad (5) \quad} \dots\dots\dots (ウ)$$

となる。音源が移動することによって、観測される音の振動数が変化する現象を一般に $\boxed{\quad (6) \quad}$ という。式(ウ)からわかるように、音源の速度の「音源と観測点をむすぶ方向の成分」が、観測される音の振動数の変化を引き起こすのである。たとえば、 $f > f_0$ となるのは、 θ が不等式 $\boxed{\quad (7) \quad}$ を満たすときである。

ここで、 t 、 v 、 ℓ と θ の関係式 $\cos \theta = \boxed{\quad (8) \quad}$ を用いると、式(ウ)は

$$f = f_0 \times \frac{1}{1 + \frac{v}{c} \cdot \frac{vt}{\ell} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \boxed{\quad (9) \quad}}}} \dots\dots\dots (エ)$$

と書きかえられる。音源の振動数が $f_0 = 5.00 \times 10^2$ Hz，音源の速さが $v = 34.0$ m/s，音速が $c = 340$ m/s，原点 O から点 P までの距離が $\ell = 34.0$ m の場合，式(エ)にしたがって計算すると，時刻 t と観測される音の振動数 f の関係は，図 3 のグラフの

よくなる。時刻 $t = -1.00 \text{ s}$ のときは $f = \boxed{\text{(10)}}$ Hz, 時刻 $t = 1.00 \text{ s}$ のときは $f = \boxed{\text{(11)}}$ Hz と計算される。ただし, $\frac{1}{\sqrt{2}} \doteq 0.707$ として, 有効数字 2 桁で答えなさい。

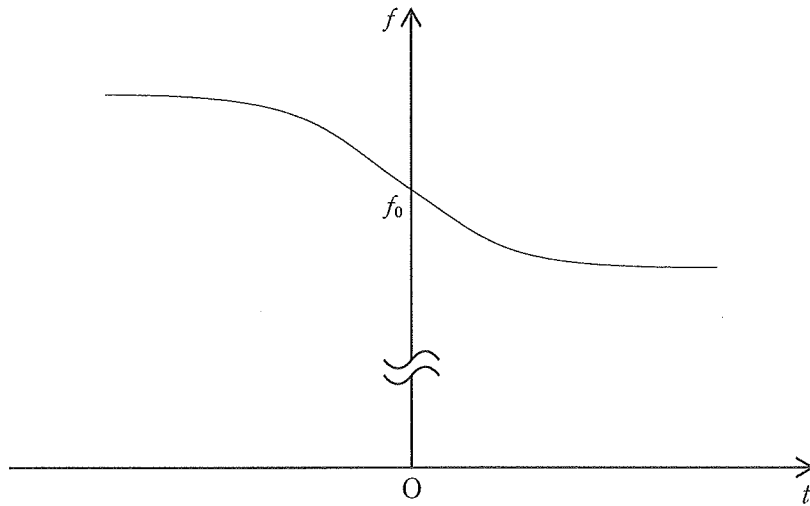


図 3

(計算用紙)

(計算用紙)

(計算用紙)

