2016 年度入学試験問題

物　　理

（試験時間　13：15～14：45　90 分）

1．この冊子は，出願時に選択した科目の問題冊子です。科目名を確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙には，記述解答用紙とマーク解答用紙の２種類がありますので注意してください。

3．解答は，必ず解答欄に記入およびマークしてください。解答欄以外への記入およびマークは無効となりますので注意してください。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に，マーク解答用紙には鉛筆のあとや消しくずを残さないでください。

5．解答用紙を折り曲げたり，汚したりしないでください。また，マーク解答用紙を記述解答用紙の下敷きに使用しないでください。

6．解答用紙には，必ず受験番号と氏名を記入およびマークしてください。

7．マーク解答用紙への受験番号の記入およびマークは，コンピュータ処理上非常に重要なので，誤記のないよう特に注意してください。

141－NQ－P

I　次の文章の空欄にあてはまる数式，図，または文章を解答群の中から選び，マーク解答用紙の所定の場所にマークしなさい。(34 点)

断面積 $S\,[\mathrm{m^2}]$ で高さ $3h\,[\mathrm{m}]$ の円柱容器を鉛直に立てる。重力加速度の大きさを $g\,[\mathrm{m/s^2}]$ とする。図 1 (A)のように，摩擦なしに動くピストンが備わっており，物質量 $n\,[\mathrm{mol}]$ の単原子分子理想気体が閉じ込められている。ピストンの厚みと質量は無視してよい。容器の底にヒーターが設置されているが，その体積も無視できるものとする。気体定数を $R\,[\mathrm{J/(mol\cdot K)}]$ とする。ピストンの上には密度 $\rho\,[\mathrm{kg/m^3}]$ の液体がたまっている。容器にふたはなく，大気圧は $p_0\,[\mathrm{Pa}]$ である。以下，気体といえば，容器下部に閉じ込められている理想気体を指すものとする。図 1 (A)のように，気体部分の高さと液体部分の高さがともに $h\,[\mathrm{m}]$ のときつりあいが保たれていたとする。このときの気体の圧力は $p_A = \boxed{\ (1)\ }\,[\mathrm{Pa}]$ であり，絶対温度は $T_A = \boxed{\ (2)\ }\,[\mathrm{K}]$ である。

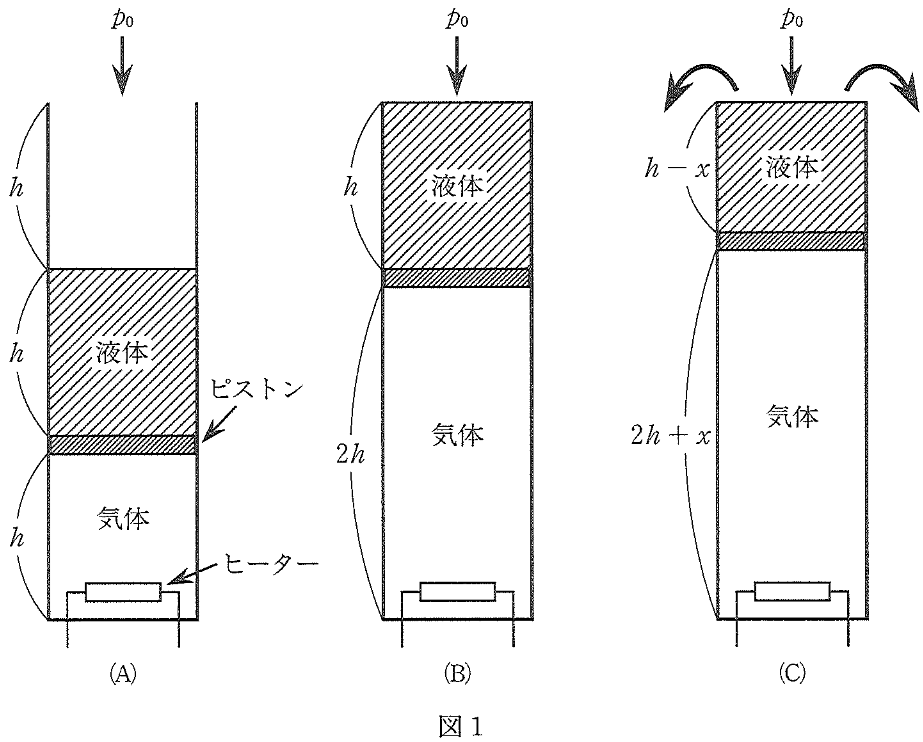


図 1

ヒーターを用いて気体をゆっくりと加熱すると，気体は膨張し，図１(B)のように気体部分の高さが $2h$[m] になった。このときの気体の絶対温度を T_B[K] とする。気体とピストンおよび容器の壁との間に熱の出入りはない。また，液体と容器の壁との間の摩擦や液体の蒸発はないものとする。図１(A)の状態から図１(B)の状態に変化する間に気体がピストンに対してした仕事は $W_{A\text{-}B} = \boxed{\quad (3) \quad}$ [J] であり，気体が吸収した熱量は $Q_{A\text{-}B} = \boxed{\quad (4) \quad}$ [J] である。

図１(B)の状態で加熱を続けて気体をさらに膨張させると，ピストンの上の液体は容器の外に流れ出てしまう。いま，$x > 0$ として，図１(C)のように気体部分の高さが $2h + x$[m] となり，液体部分の高さは $h - x$[m] だけになってしまったと仮定しよう。この状態での気体の圧力と絶対温度は，それぞれ $p_C = \boxed{\quad (5) \quad}$ [Pa] と $T_C = T_B \times \boxed{\quad (6) \quad}$ [K] で与えられる。横軸に気体の体積，縦軸に気体の圧力をとり，図１(B)と図１(C)の状態をそれぞれ点 (V_B, p_B) と点 (V_C, p_C) で表す。すると，図１(B)の状態から図１(C)の状態に変化する間に気体がピストンにした仕事は，図 $\boxed{\quad (7) \quad}$ の斜線部分の面積で与えられるので，$W_{B\text{-}C} = \boxed{\quad (8) \quad}$ [J] である。また，この間の気体の内部エネルギーの変化は $\Delta U_{B\text{-}C} = \dfrac{3}{2}nR(T_C - T_B) = \boxed{\quad (9) \quad}$ [J] である。したがって，この間に気体が吸収する熱量 $Q_{B\text{-}C}$[J] は熱力学第１法則より $Q_{B\text{-}C} = \Delta U_{B\text{-}C} + W_{B\text{-}C}$ で与えられることになる。(8)と(9)の結果を代入して計算すると，

$$\begin{aligned} Q_{B\text{-}C} &= -2S\rho g x^2 + ax \\ &= -2S\rho g x\left(x - \frac{a}{2S\rho g}\right) \\ &= -2S\rho g\left(x - \frac{a}{4S\rho g}\right)^2 + \frac{a^2}{8S\rho g} \end{aligned}$$

であることがわかる。ただしここで，$a = \boxed{\quad (10) \quad}$ [J/m] である。

$h > \dfrac{p_0}{\rho g}$ かつ $a > 0$ という条件が満たされる場合を考えることにしよう。この場合には，$0 < x < \dfrac{a}{4S\rho g}$ の範囲で x が増加するにつれて，$\boxed{\quad (11) \quad}$ ことになる。

［解　答　群］

(1)に対するもの

(a) ρhS　(b) ρgh　(c) p_0　(d) p_0S

(e) $p_0+\rho gh$　(f) $-p_0+\rho gh$　(g) $p_0+\rho hS$　(h) $-p_0+\rho hS$

(2)に対するもの

(a) $\dfrac{p_0S}{nR}$　(b) $\dfrac{p_\mathrm{A}h}{nR}$　(c) $\dfrac{\rho ghS}{nR}$　(d) $\dfrac{\rho hS}{nR}$

(e) $\dfrac{p_0Sh}{nR}$　(f) $\dfrac{p_\mathrm{A}Sh}{nR}$　(g) $\dfrac{\rho gh}{nR}$　(h) $\dfrac{\rho gS}{nR}$

(3)に対するもの

(a) p_0S　(b) p_0Sh　(c) $p_\mathrm{A}S$　(d) $p_\mathrm{A}Sh$

(e) $(p_\mathrm{A}-p_0)S$　(f) $(p_\mathrm{A}-p_0)Sh$　(g) p_0h　(h) $p_\mathrm{A}h$

(4)に対するもの

(a) $\dfrac{3}{2}nR$　(b) $\dfrac{5}{2}nR$　(c) $\dfrac{3}{2}nRT_\mathrm{A}$　(d) $\dfrac{5}{2}nRT_\mathrm{B}$

(e) $\dfrac{3}{2}p_\mathrm{A}Sh$　(f) $\dfrac{5}{2}p_\mathrm{A}Sh$　(g) $\dfrac{3}{2}p_0Sh$　(h) $\dfrac{5}{2}p_0Sh$

(5)に対するもの

(a) p_0　(b) p_A　(c) $p_0+\rho gh$　(d) $p_0-\rho gx$

(e) $p_\mathrm{A}+\rho gx$　(f) $p_\mathrm{A}-\rho gx$　(g) $\rho g(h-x)$　(h) $p_\mathrm{A}+\rho g(h-x)$

(6)に対するもの

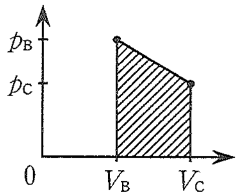
(a) $1-\dfrac{x}{2h}$　　(b) $1+\dfrac{x}{2h}$

(c) $1-\dfrac{\rho g}{p_A}x$　　(d) $1+\dfrac{\rho g}{p_A}x$

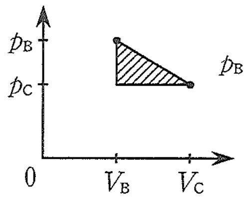
(e) $\left(1-\dfrac{\rho g}{p_A}x\right)\left(1-\dfrac{x}{2h}\right)$　　(f) $\left(1+\dfrac{\rho g}{p_A}x\right)\left(1-\dfrac{x}{2h}\right)$

(g) $\left(1-\dfrac{\rho g}{p_A}x\right)\left(1+\dfrac{x}{2h}\right)$　　(h) $\left(1+\dfrac{\rho g}{p_A}x\right)\left(1+\dfrac{x}{2h}\right)$

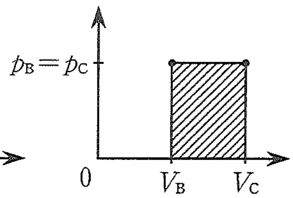
(7)に対するもの



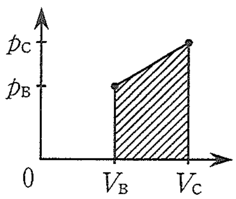
(a)



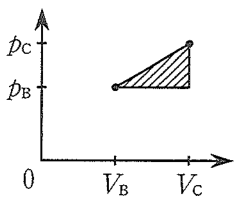
(b)



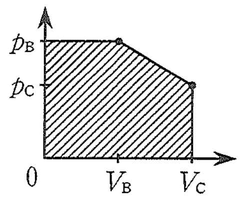
(c)



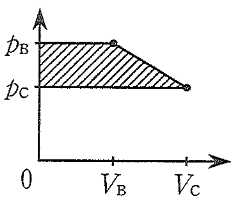
(d)



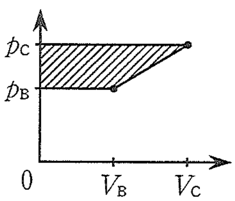
(e)



(f)



(g)



(h)

(8)に対するもの

(a) $p_{\mathrm{A}}S$ (b) $p_{\mathrm{A}}Sx$ (c) $\frac{1}{2}\rho gSx$

(d) $\frac{1}{2}\rho gSx^2$ (e) $\frac{1}{2}(p_{\mathrm{A}}-\rho gx)S$ (f) $\frac{1}{2}(p_{\mathrm{A}}-\rho gx)Sx$

(g) $\left(p_{\mathrm{A}}-\frac{\rho gx}{2}\right)S$ (h) $\left(p_{\mathrm{A}}-\frac{\rho gx}{2}\right)Sx$

(9)に対するもの

(a) $3p_{\mathrm{A}}hS\left\{\left(\frac{1}{2h}-\frac{\rho g}{p_{\mathrm{A}}}\right)-\frac{\rho g}{2p_{\mathrm{A}}h}x\right\}x$ (b) $3p_{\mathrm{A}}hS\left\{\left(\frac{\rho g}{p_{\mathrm{A}}}-\frac{1}{2h}\right)-\frac{\rho g}{2p_{\mathrm{A}}h}x\right\}x$

(c) $3p_{\mathrm{A}}hS\left\{\left(\frac{1}{2h}-\frac{\rho g}{p_{\mathrm{A}}}\right)+\frac{\rho g}{2p_{\mathrm{A}}h}x\right\}x$ (d) $3p_{\mathrm{A}}hS\left\{\left(\frac{\rho g}{p_{\mathrm{A}}}-\frac{1}{2h}\right)+\frac{\rho g}{2p_{\mathrm{A}}h}x\right\}x$

(e) $3hS\rho gx$ (f) $\frac{3}{2}p_{\mathrm{A}}Sx$

(g) $\frac{3}{2}nRT_{\mathrm{A}}\left\{\left(\frac{1}{2h}-\frac{\rho g}{p_{\mathrm{A}}}\right)-\frac{\rho g}{2p_{\mathrm{A}}h}x\right\}x$ (h) $\frac{3}{2}nRT_{\mathrm{A}}\left\{\left(\frac{1}{2h}-\frac{\rho g}{p_{\mathrm{A}}}\right)+\frac{\rho g}{2p_{\mathrm{A}}h}x\right\}x$

(10)に対するもの

(a) $\left(\frac{1}{2}p_{\mathrm{A}}-3\rho gh\right)S$ (b) $\left(\frac{5}{2}p_{\mathrm{A}}-3\rho gh\right)S$ (c) $\frac{1}{2}(5p_{\mathrm{A}}-3\rho gh)S$

(d) $\left(\frac{3}{2}p_{\mathrm{A}}-3\rho gh\right)S$ (e) $\frac{1}{2}p_{\mathrm{A}}-3\rho gh$ (f) $\frac{5}{2}p_{\mathrm{A}}-3\rho gh$

(g) $\frac{1}{2}(5p_{\mathrm{A}}-3\rho gh)$ (h) $\frac{3}{2}p_{\mathrm{A}}-3\rho gh$

(11)に対するもの

(a) 気体は熱を吸収し，気体の温度は上がっていく

(b) 気体は熱を放出し，気体の温度は下がっていく

(c) 気体は熱を吸収し，気体の温度は下がっていく

(d) 気体は熱を放出し，気体の温度は上がっていく

(e) 気体は熱を吸収するが，気体の温度は一定である

(f) 気体は熱を放出するが，気体の温度は一定である

(g) 気体に熱の出入りはないが，気体の温度は上がっていく

(h) 気体に熱の出入りはないが，気体の温度は下がっていく

II　次の文章の空欄にあてはまる数式を，それぞれ記述解答用紙の所定の場所に記入しなさい。(33 点)

図 1 および図 2 のように原点 O をとり，位置 A から x 軸の正の向きで角度 45° 上向きの方向に，一定の速さ v で質量 m のボールを打ち出す。ボールはその後，原点を通る傾き 45° の斜面上の位置 B でぶつかり，ボールが鉛直上向きにはね上がった場合を考える。ボールと斜面が，図 1 のように完全弾性衝突する場合と，図 2 のように非弾性衝突する場合で，初期位置 A の座標を比較してみよう。ボールの大きさおよびボールの空気抵抗を無視し，ボールと斜面の反発係数を e とする。重力加速度の大きさは g とする。必要があれば，三角関数の公式 $\tan(c \pm d) = \dfrac{\tan c \pm \tan d}{1 \mp \tan c \tan d}$ (複号同順) を利用しなさい。

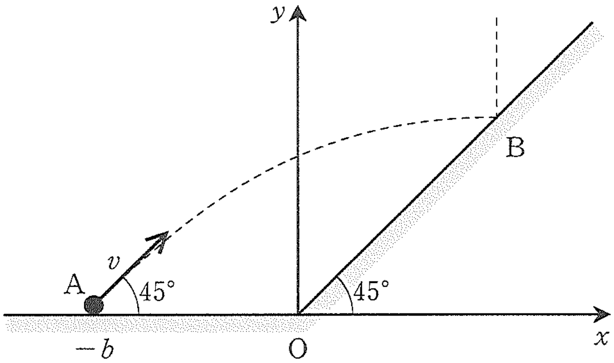


図 1

まず図 1 のように，初期位置 A $(-b, 0)$ からボールを打ち出し，斜面上の位置 B (x_B, y_B) でボールと斜面が完全弾性衝突する場合を考える。位置 B の y 座標 y_B は，v，g を用いて $y_B =$ $\boxed{\quad(1)\quad}$ と表せる。ボールを打ち出してから位置 B に到達するまでの経過時間 t は v，g を用いて $t =$ $\boxed{\quad(2)\quad}$ である。よって，b は v，g を用いて $b =$ $\boxed{\quad(3)\quad}$ と表すことができる。ボールが位置 B で鉛直上向きにはね上がってから，最高点に到達するまでの時間 s は，v，g を用いて $\boxed{\quad(4)\quad}$ と表され，最高点の y 座標は v，g を用いて $\boxed{\quad(5)\quad}$ であることがわかる。このことは力学的エネルギー保存則からも確認することができる。以上より，位置 A から位置 B に到達するまで

のボールの軌跡は，v，g，x_B，y_B を用いて放物線 $y = \boxed{\quad(6)\quad} \times (x - x_B)^2 + y_B$ で表される。

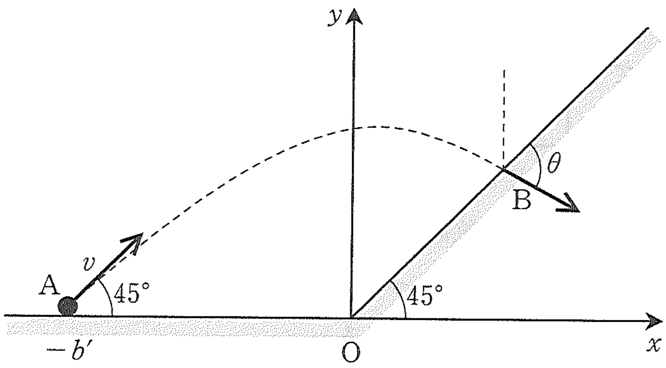


図 2

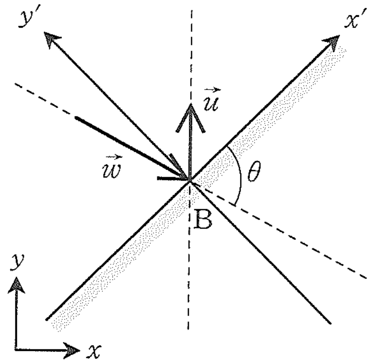


図 3

次にボールが斜面と反発係数 e で非弾性衝突する場合を考える。この場合は，図 2 のように，初期位置 A$(-b', 0)$ からボールを打ち出し，ボールは頂点を通過してから位置 B(x'_B, y'_B) で衝突する。図 3 のように，ボールが位置 B で斜面と衝突する直前の速度を $\vec{w}$(速さ $w = |\vec{w}|$)，衝突直後の速度を $\vec{u}$(速さ $u = |\vec{u}|$)として考えてみよう。斜面に平行上向きを x' 軸，斜面に垂直上向きを y' 軸とし，ボールの速度 $\vec{w}$ と x' 軸のなす角を θ とする。ボールの速度 $\vec{w}$ と速度 $\vec{u}$ の y' 成分の関係は w，u，e，θ を使って $w \sin\theta = u \times \boxed{\quad(7)\quad}$ となる。衝突の直前直後でボールの速度の

x' 成分は変化しないことを利用すると，θ と e の関係は $\tan\theta =$ $\boxed{\quad(8)\quad}$ と表すことができる。ボールの描く放物線の頂点から位置Bに到達するまでの経過時間 T を使うと，位置Bで斜面と衝突する直前のボールの速度 $\vec{w}$ の y 成分は $-gT$ と書ける。ボールの速度 $\vec{w}$ と x 軸のなす角が $\theta - \dfrac{\pi}{4}$ であることに注意すると，経過時間 T は v，e，g を用いて $T =$ $\boxed{\quad(9)\quad}$ となる。よって，衝突位置Bの y 座標 y'_{B} は v，e，g を用いて $y'_{\mathrm{B}} =$ $\boxed{\quad(10)\quad}$ と表すことができる。ボールが位置Aから位置Bへ到達する時間を利用すると b' が求まり，v，e，g を用いて $b' =$ $\boxed{\quad(11)\quad}$ であることがわかる。以上より，初期位置Aおよび衝突位置Bは任意の位置ではなく打ち出しの速さ v および反発係数 e によって決定されており，反発係数 e に応じて初期位置Aを調整する必要があることがわかる。

III　次の文章の空欄にあてはまる数式または語句を，それぞれ記述解答用紙の所定の場所に記入しなさい。(33 点)

1897 年，イギリスの物理学者トムソン（J. J. Thomson）は，それまで陰極線とよばれていたものが，負の電荷をもつ粒子の流れであることを実験で示した。「電子の発見」である。トムソンは，運動する荷電粒子が電場（電界）や磁場（磁界）から力を受けて，軌跡が曲げられることを用いてこの実験を行い，電子の電荷量と質量の比（比電荷）を決定した。ここでは，その比電荷を決定する方法を調べよう。電子の電荷を $-e$[C] $(e > 0)$，質量を m[kg] とする。ただし，重力の影響は考えないでよい。

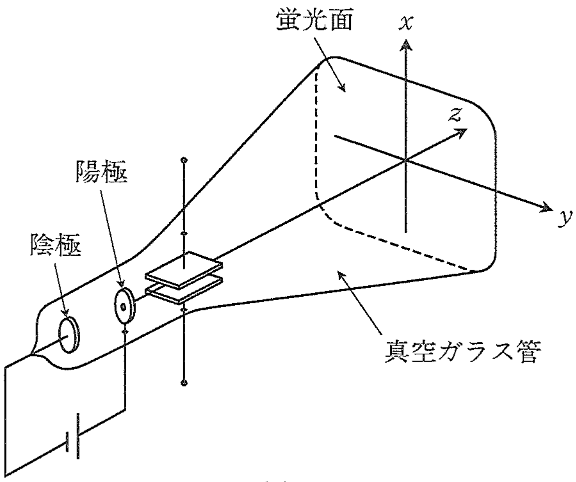


図 1

図 1 のように，真空にしたガラス管の中で陰極から出た電子は，陽極までの間で加速されて陽極の穴から速さ u[m/s] でとび出す。電子の進む方向を z 軸として，図のように蛍光面に x-y 軸をとる。電子が蛍光面に当たると光るので，電子の位置がわかる。

はじめに，図 1 のように電子の経路の途中に平行板電極をおいた場合を考える。図 2 のように，平行板電極の間隔は d[m]，長さは ℓ[m] で，電圧 V[V] をかけてある。極板間のみに一様な電場ができているとする。極板の中心から蛍光面までの距離を L[m] とする（図 2 では平行板電極付近を見やすくするため，L に比べて d，ℓ を

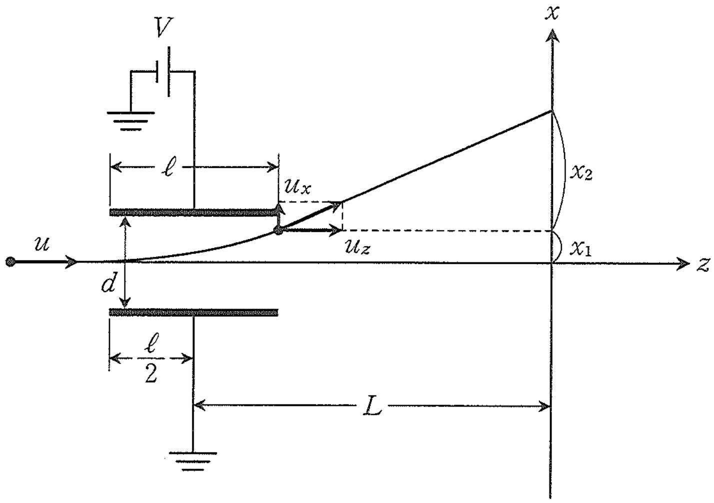


図 2

大きく描いてある)。極板間を通過するとき，電子は電場から力を受けてその軌跡は曲げられる。いま，図 2 のように曲げられたとする。このとき，蛍光面に当たるまでの x 軸方向の変位を求めよう。図 2 のように，極板間に進入してから通過するまでの x 軸方向の変位を x_1[m]，極板の端を通過してから蛍光面に当たるまでの x 軸方向の変位を x_2[m] とする。

まず x_1 を求めよう。電子が極板間にあるとき，電子の x 軸方向の加速度を a_x とすると，x 軸方向の運動方程式は，V などを用いて，$\boxed{\quad(1)\quad}$ と書ける。したがって，電子が極板間に進入してから通過するまでの変位 x_1 は，V などを用いて，$x_1 = \boxed{\quad(2)\quad}$ と書ける。次に x_2 を求めよう。極板の端を通過してから蛍光面までは，電子は等速直線運動をする。極板の端を通過するとき，速度の z 成分は $u_z = u$ で，x 成分は V などを用いて，$u_x = \boxed{\quad(3)\quad}$ と書ける。したがって，x_2 は V などを用いて，$x_2 = \boxed{\quad(4)\quad}$ と求まる。$x = x_1 + x_2$ が蛍光面上で測定できれば，その値 x を用いて，

$$\frac{e}{m} = \boxed{\quad(5)\quad} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \text{(ア)}$$

と求まる。しかし，式(ア)には電子の速さ u が含まれているので，$\frac{e}{m}$ の値を求めるためには u の値が必要である。

今度は，図 3 のように，電子の経路の途中に磁石の向かい合った磁極をおいた場合を考える。磁極間のみに，磁束密度の大きさが B[T] の一様な磁場ができているとする。

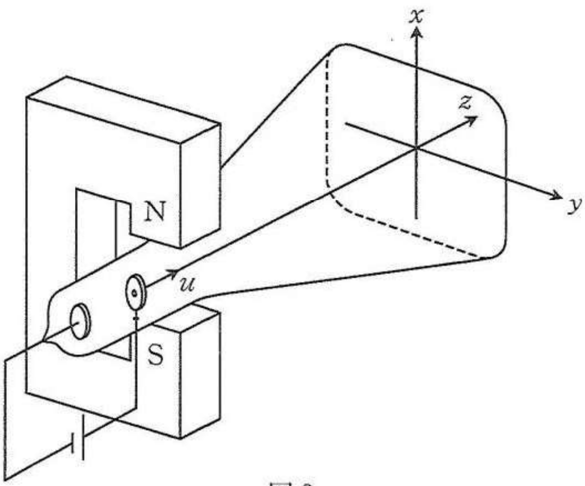


図 3

図 4 のように，電子が通過する磁場領域の長さは b[m] で，磁場領域の中心から蛍光面までの距離は L[m] とする。磁場領域を通過するとき，電子は磁場から大きさ euB[N] の $\boxed{\quad(6)\quad}$ 力を受けてその軌跡は曲げられる。いま，図 4 のように点 A を通過するとする。このとき，蛍光面に当たるまでの y 軸方向の変位を求めよう。図 4 のように，磁場領域内の y 軸方向の変位を y_1[m]，点 A を通過してから蛍光面に当たるまでの y 軸方向の変位を y_2[m] とする（図 4 では磁場領域部分を見やすくするため，L に比べて b，y_1 を大きく描いてある）。

まず y_1 を求めよう。磁場中では(6)力が向心力となって円運動をするから，その半径を r[m] とすると，$r = \boxed{\quad(7)\quad}$ となる。すると，

$$y_1 = r - \sqrt{r^2 - b^2} = r - r\sqrt{1 - \left(\frac{b}{r}\right)^2}$$

である。ここで，半径 r は長さ b に比べて十分大きいとする。$|\varepsilon|$ が 1 より十分小さいとき成り立つ近似式 $\sqrt{1-\varepsilon} \fallingdotseq 1 - \frac{1}{2}\varepsilon$ を用いると，y_1 は磁束密度 B などを用いて，$y_1 = \boxed{\quad(8)\quad}$ となる。次に y_2 を求めよう。磁場領域の端を通過してから蛍光面ま

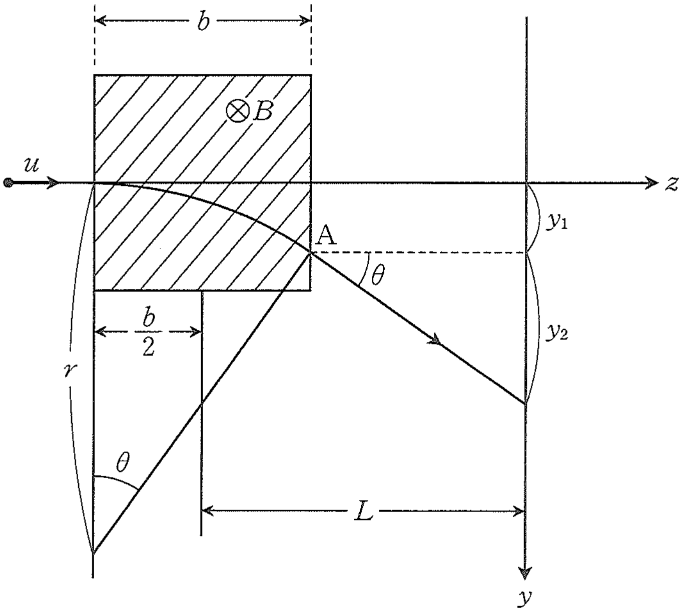


図 4

で，電子は等速直線運動をする。このとき，図 4 の円運動部分の角度 θ に注目すると，$\tan\theta = \dfrac{b}{r - y_1}$ である。ここで，$y_1 < b \ll r$ であるので，$\tan\theta \fallingdotseq \dfrac{b}{r}$ と近似できる。一方，$\tan\theta$ は y_2 を用いると，$\tan\theta = \boxed{(9)}$ である。これらのことから，y_2 は磁束密度 B などを用いて，$y_2 = \boxed{(10)}$ となる。したがって，$y = y_1 + y_2$ が蛍光面上で測定できれば，$\dfrac{e}{m}$ を求めることができる。ただし，$\dfrac{e}{m}$ の値を求めるためには，この場合も電子の速さ u の値が必要である。しかし，式(ア)とここで求めた $\dfrac{e}{m}$ の式にともに u があるので，両式を用いて u を消去すれば，

$$\frac{e}{m} = \frac{V\ell}{dLb^2B^2} \times \boxed{(11)}$$

となり，測定値 x，y を用いて $\dfrac{e}{m}$ の値を求めることができる。