2014 年 度 入 学 試 験 問 題

物　　理

(試験時間　13：15〜14：45　90 分)

1．この問題は，入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙は，記述解答用紙とマーク解答用紙の 2 種類がありますので注意してください。

3．解答は，必ず解答欄に記入してください。なお，解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に，マーク解答用紙には鉛筆のあとや消しくずを残さないでください。また，折りまげたり，汚したりしないでください。記述解答用紙の下敷きにマーク解答用紙を使用することは絶対にさけてください。

5．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入してください。

6．マーク解答用紙の受験番号および受験番号のマーク記入は，コンピュータ処理上非常に重要なので，誤記のないよう特に注意してください。

141−NQ−P

（計算用紙）

（設問は次ページより始まる。）

I　次の文章の空欄に最も適した数式，数値またはグラフを解答群の中から選び，マーク解答用紙の所定の場所にマークしなさい。(34 点)

時間 Δt の間にコイルを流れる電流 I が ΔI だけ変化すると，コイルには起電力

$$V = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \tag{ア}$$

が生じる。ここで負の符号は，電流の変化を妨げる向きに起電力が生じることを意味する。比例定数 L をコイルの自己インダクタンスという。このコイルと電球，電池，およびスイッチからなる図 1 のような回路を組み立てる。ただし，電球の抵抗値は R であり，電池の起電力は E とする。また，コイルも抵抗値 r をもつので，回路図では抵抗をもたない自己インダクタンス L のコイルと抵抗値 r の抵抗が直列につながれたものとして表してある。

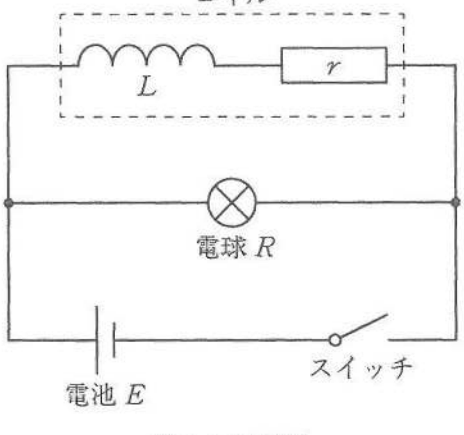


図 1 ：回路図

スイッチを入れて十分に時間がたつと，コイルには一定の大きさの電流 $I_0 =$ $\boxed{\quad(1)\quad}$ が流れるようになる。コイルを流れる電流を，以下簡単にコイル電流ということにする。

回路のスイッチを切る。その直後ではコイル電流は時間変化し，その変化率 $\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ は

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = -aI \tag{イ}$$

を満たす。ただし，$a =$ $\boxed{\quad(2)\quad}$ である。ΔI と Δt が微小ではなくある程度の大きさであっても式(ア)と式(イ)が成り立つという近似の下で，以下の計算を行うことにする。

スイッチを切った瞬間の時刻を $t=0$ とする。このときのコイル電流は I_0 である。時刻 $t=0$ と時刻 $t=\Delta t$ の間の電流の変化を ΔI_0 と書くと，式(イ)より $\dfrac{\Delta I_0}{\Delta t}=-aI_0$ が成り立つので，時刻 $t=\Delta t$ でのコイル電流は

$$I_0+\Delta I_0=I_0-aI_0\Delta t \tag{ウ}$$

で与えられることになる。この式(ウ)の値が I_0 のちょうど半分になるのは，Δt の値が $\boxed{(3)}$ となったときである。この値を τ と書くことにして，$t_1=\tau$，$I_1=\dfrac{I_0}{2}$ とおく。時刻 $t=t_1$ の後さらに時間 Δt が過ぎると，この間の電流の変化 ΔI_1 は式(イ)より $\dfrac{\Delta I_1}{\Delta t}=-aI_1$ を満たす。この式から，時刻 $t_2=t_1+\Delta t_1=\boxed{(4)}$ のときに，コイル電流が I_1 のちょうど半分，つまり $\dfrac{I_0}{2^2}$ になることが導かれる。$n=1,2,3,\cdots$ として，一般にコイル電流が $\dfrac{I_0}{2^n}$ となる時刻を t_n と書くことにすると，それらの値は上と同様に求めることができる。例えば，コイル電流が I_0 の $\dfrac{1}{128}$ になる時刻は $\boxed{(5)}$ である。また，時刻 t のときのコイル電流 $I(t)$ のグラフは $\boxed{(6)}$ のようであることが予想される。

$\Delta t_n=t_{n+1}-t_n$ とし，この間のコイル電流の変化を ΔI_n と書くことにする。ただし，$t_0=0$ とする。すると，式(ア)より，コイルに生じる起電力の時刻 t_n での値は

$$V(t_n)=-L\frac{\Delta I_n}{\Delta t_n} \tag{エ}$$

で与えられることになる。これまでに導いた式に従って計算すると，$t=t_0=0$ のときの起電力は $V(0)=\boxed{(7)}$，$t=t_1$ のときの起電力は $V(t_1)=\boxed{(8)}$ と求められる。

以上の結果をふまえて，電球がどのように光るか考えてみよう。スイッチを切る前に電球に流れていた電流は $I'=\dfrac{E}{R}$ であり，電球に供給されていた電力は $P_A=\dfrac{E^2}{R}$ であった。スイッチを切った直後には電球にもコイルと等しく電流 I_0 が流れるはずである。このとき電球に供給される電力は $P_B=\boxed{(9)}$ である。$r=1.5\,\Omega$，$R=15\,\Omega$，$E=5\,\mathrm{V}$，$L=3\,\mathrm{H}$ の場合に計算してみると，$\dfrac{P_B}{P_A}=\boxed{(10)}$ となる。つまり，スイッチを切ると，電球はスイッチを切る前の $\boxed{(10)}$ 倍の明るさで光るのである。ただし，τ の値は約 $\boxed{(11)}$ 秒である。ほんの一瞬の輝きである。

[解　答　群]

(1)に対するもの

(a) $\dfrac{E}{R}$　(b) $\dfrac{R}{E}$　(c) $\dfrac{E}{r}$　(d) $\dfrac{r}{E}$

(e) $\dfrac{E}{r+R}$　(f) $\dfrac{r+R}{E}$　(g) $\dfrac{(r+R)E}{rR}$　(h) $\dfrac{rR}{(r+R)E}$

(2)に対するもの

(a) $\dfrac{R}{L}$　(b) $-\dfrac{R}{L}$　(c) $\dfrac{r}{L}$　(d) $-\dfrac{r}{L}$

(e) $\dfrac{r+R}{L}$　(f) $-\dfrac{r+R}{L}$　(g) $\dfrac{rR}{(r+R)L}$　(h) $-\dfrac{rR}{(r+R)L}$

(3)に対するもの

(a) $\dfrac{1}{a}$　(b) a　(c) $\dfrac{1}{2a}$　(d) $2a$

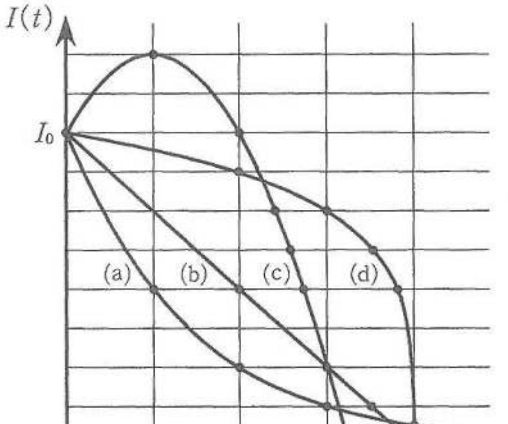
(e) $\dfrac{1}{3a}$　(f) $3a$　(g) $\dfrac{1}{4a}$　(h) $4a$

(4)と(5)に対するもの

(a) τ　(b) 2τ　(c) 3τ　(d) 4τ

(e) 5τ　(f) 6τ　(g) 7τ　(h) 8τ

(6)に対するもの



(7)と(8)に対するもの

(a) $\frac{2r}{R}E$ (b) $\frac{r}{2R}E$ (c) $\frac{r}{R}E$ (d) $\frac{r+R}{2R}E$

(e) $\frac{r+R}{R}E$ (f) $\frac{2(r+R)}{r}E$ (g) $\frac{r+R}{2r}E$ (h) $\frac{r+R}{r}E$

(9)に対するもの

(a) $\frac{r+R}{2r^2}E^2$ (b) $\frac{r+R}{r^2}E^2$ (c) $\frac{r+R}{2rR}E^2$ (d) $\frac{r+R}{rR}E^2$

(e) $\frac{R}{2r^2}E^2$ (f) $\frac{R}{r^2}E^2$ (g) $\frac{r+R}{r}E$ (h) $\frac{r+R}{R}E$

(10)に対するもの

(a) 1.0 (b) 10 (c) 100 (d) 1000

(e) 1.7 (f) 17 (g) 170 (h) 1700

(11)に対するもの

(a) 1 (b) 1×10^{-1} (c) 1×10^{-2} (d) 1×10^{-3}

(e) 5 (f) 5×10^{-1} (g) 5×10^{-2} (h) 5×10^{-3}

（計算用紙）

（計算用紙）

（設問は次ページに続く。）

II　次の文章の空欄にあてはまる数式またはグラフを，それぞれ記述解答用紙の所定の場所に記入しなさい。(33 点)

テニスプレーヤーのＡさんが壁に向かってボール打ち（壁打ち）をしている。コート面は水平で，壁はコート面に垂直な，なめらかな平面である。ボールは壁とコート面に垂直な平面内を動く（図１）。図のように水平方向に x 軸，鉛直方向に y 軸をとり，ボールの位置を表す。コート面の位置は $y=0$，壁の位置は $x=0$ とする。

重力加速度の大きさを g で表す。ボールの質量を m として，ボールの大きさは無視できるとする。必要があれば，三角関数の公式 $2\sin\theta\cos\theta=\sin(2\theta)$，および，数値 $\sin 30^\circ=0.50$，$\sin 45^\circ=0.71$，$\sin 60^\circ=0.87$ を用いなさい。

初めはボールと壁との衝突が弾性衝突の場合を考える。ボールを打つ点Ｐの位置を $(-a, b)$ とする（図１）。ボールを打った時刻を $t=0$ として，その時のボールの速さを V，コート面との角度を θ とする。時刻 t におけるボールの位置を $(x(t), y(t))$，速度を $(u(t), v(t))$ と表す。壁との衝突前で，$v(t)$ を t，V，θ，g を使って表すと，$v(t)=$ $\boxed{\quad(1)\quad}$，$y(t)$ を t，b，V，θ，g を使って表すと，$y(t)=$ $\boxed{\quad(2)\quad}$ となる。

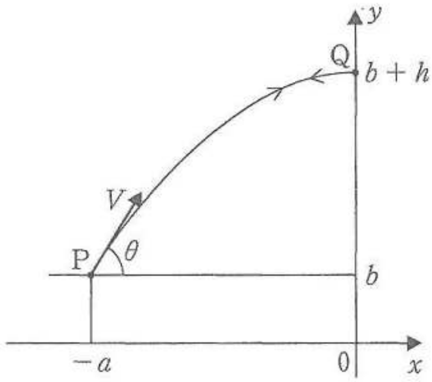


図１

ボールが壁の一点（図１の点Q）で垂直にはね返った後，初めの位置Ｐに戻るようにボールを打つための条件を考えてみる。ボールが壁に衝突する時刻を T とすると，条件 $x(T)=0$，$v(T)=0$ が成り立つはずである。これらの式から T を消去することにより，V と θ が満たすべき条件が導かれ，$V^2\sin(2\theta)=$ $\boxed{\quad(3)\quad}$

となる。点Qの高さ $y(T) = b + h$ は(2)に $t = T$ を代入して決まるが，点Pでのボールの力学的エネルギーと点Qでのボールの力学的エネルギーが等しいことを表す式 $\frac{1}{2}mV^2 =$ $\boxed{\quad(4)\quad}$ からも求まる。速さ V と角度 θ の関係を表す式 $V^2\sin(2\theta) =$ $\boxed{\quad(3)\quad}$ のグラフを，横軸に θ，縦軸に V^2 をとって描くと $\boxed{\quad(5)\quad}$ のようになる。グラフを描く横軸の範囲は $15° \leqq \theta \leqq 75°$ としなさい。

次に，ボールと壁との衝突が非弾性衝突（反発係数 $e < 1$）の場合を考える。まず，V と θ を初め（図1）と同じ条件にしてボールを打つ。ボールは図2のように壁で垂直にはね返り，高さ $y = b$ で元の点Pより壁側の点Rに来る。点Rの位置を $(-c, b)$ とすると，c の値は a，e を用いて $\boxed{\quad(6)\quad}$ と表される。

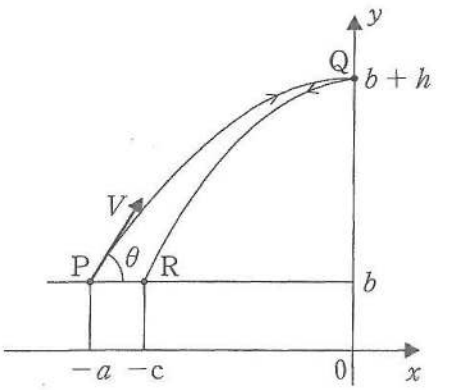


図2

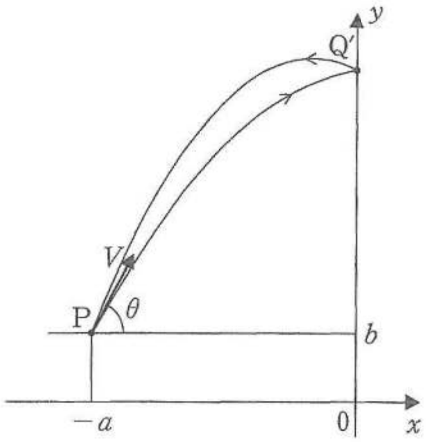


図3

ボールが元の点Pの位置に戻るように壁打ちができるだろうか？そのためには図3のように初めの速さ V と角度 θ の値を調節する必要がある。ボールが壁の一点（図3の点Q′）で非弾性衝突する。その時刻 T は $x(T) = 0$ から決まり，T を a，V，θ で表すと，$T =$ $\boxed{\quad(7)\quad}$ となる。壁ではね返った後のボールの運動を，衝突した時刻 T から計った時刻 s を使って記述する。すなわち，$t = T + s$ とおく。時刻 s でのボールの位置を $(x'(s), y'(s))$，速度を $(u'(s), v'(s))$ で表す。はね返った直後 $(s = 0)$ のボールの位置と速度を (x'_0, y'_0)，(u'_0, v'_0) で表す。すなわち，$x'_0 = 0$，$y'_0 = y(T)$ である。非弾性衝突の条件から，$u'_0 = -eu(T)$，$v'_0 = v(T)$ が成り立つ。

ボールが元の点Pの位置に戻る時刻を $t = T + S$ $(s = S)$ とする。$x'(S) = -a$

から S が求まり，S を e，a，V，θ で表すと，$S=$ $\boxed{(8)}$ となる。一方，

$$\begin{aligned} y'(s) &= y'_0 + v'_0 s - \frac{1}{2}gs^2 \\ &= b + V\sin\theta\,(\boxed{(9)}) - \frac{1}{2}g\,(\boxed{(9)})^2 \end{aligned}$$

が成り立つ。ただし，(9)では T と s を用いなさい。$y'(S)=b$ とおくことにより，$T+S$ が決まる。g，V，θ を用いて，$T+S=$ $\boxed{(10)}$ となる。(7)，(8)と(10)を組み合わせて，V と θ が満たすべき条件が導かれ，$V^2\sin(2\theta)=$ $\boxed{(11)}$ となる。(3)と(11)を比べて，同じ角度 θ で打つ時，非弾性衝突の場合の方が初めの速さ V が大きい必要があることが分かる。

（計算用紙）

（設問は次ページに続く。）

III　次の文章の空欄(1)から(5)にあてはまる数式または図を，空欄(6)から(9)にあてはまる分数を，空欄(10)と(11)にあてはまる数値を，それぞれ記述解答用紙の所定の場所に記入しなさい。数値は有効数字2桁で答えなさい。(33点)

図1のようなシリンダーに閉じ込められた理想気体を考える。圧力を P，体積を V とし，n モルの気体が絶対温度 T にあるとき，気体定数 R を用いて，$PV = \boxed{\quad (1) \quad}$ が成立する。この気体を断熱的に変化させたとき，a を定数として，

$$TV^a = \text{一定} \qquad (ア)$$

の関係が成立することが知られている。体積をわずかに変化させ，V から $V + \Delta V$ にすると，温度は T から $T + \Delta T$ に変わった。このとき $TV^a = (T + \Delta T)(V + \Delta V)^a$ が成立する。x の絶対値が1より十分に小さい場合に $(1 + x)^a \fallingdotseq 1 + ax$ が成立すること，および ΔT と ΔV の積 $\Delta T \Delta V$ は微小量の積なので無視できることを用いて整理すると，V，ΔV，a を用いて，$\dfrac{\Delta T}{T} = \boxed{\quad (2) \quad}$ が成立する。このときピストンが気体にする仕事 ΔW は，P と ΔV を用いて $\Delta W = \boxed{\quad (3) \quad}$ と表される。

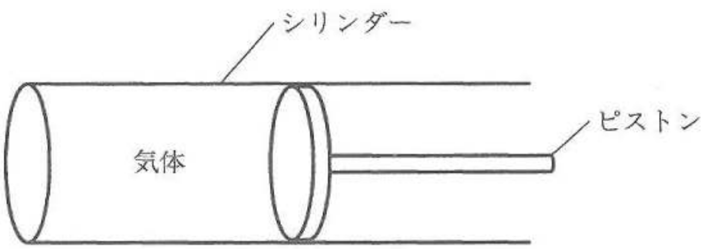


図1

ピストンを押して図2のように体積を V_1 から V_2（ただし $V_2 < V_1$）に圧縮すると，圧力が P_1 から P_2 に変わった。ピストンが気体にした仕事 W は図2のある領域の面積として表すことができる。その領域を $\boxed{\quad (4) \quad}$ の図に斜線で塗りつぶして示しなさい。

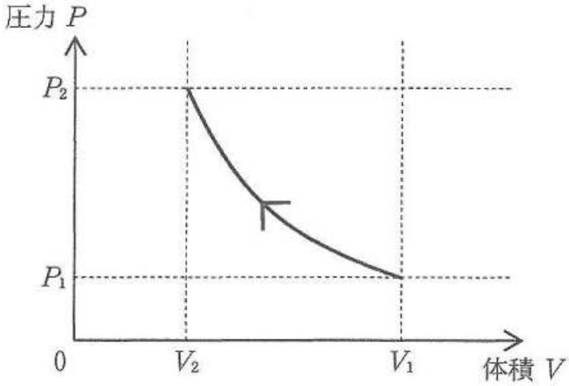


図 2

断熱変化では熱の出入りがないので，気体に加えられた熱量は $Q = 0$ である。内部エネルギーの増加量 ΔU は，W を用いて $\Delta U = \boxed{\quad (5) \quad}$ と表される。単原子分子の理想気体の場合，内部エネルギー U は $U = \dfrac{3}{2}nRT$ で与えられる。このとき式(ア)に現れる定数 a を求めると，$a = \boxed{\quad (6) \quad}$ となる。さらに圧力 P と体積 V の間には，

$$PV^b = 一定 \tag{イ}$$

の関係が成立することが導かれ，定数 b を求めると，$b = \boxed{\quad (7) \quad}$ となる。二原子分子の理想気体の場合，内部エネルギー U は $U = \dfrac{5}{2}nRT$ で与えられる。このとき式(ア)に現れる定数は $a = \boxed{\quad (8) \quad}$ であり，式(イ)に現れる定数は $b = \boxed{\quad (9) \quad}$ である。

2013 年 2 月にロシアのチェリャビンスク州に隕石が落下し，甚大な被害をもたらした。隕石は上空で音速よりずっと速く飛行する。隕石の進行方向の正面には圧縮された空気の層ができる。この空気中の窒素分子や酸素分子がばらばらになってしまうなら，単原子分子の理想気体として扱うことができる。これらの分子が本来の構造を維持していれば，二原子分子の理想気体として扱うことができる。圧縮は，熱をやりとりする間もなく，極めて短時間に起こるので，断熱変化である。

断熱圧縮前の空気の体積を V_1，圧縮後の体積を V_2 とし，温度変化を計算してみよう。V_1 と V_2 の比は $\dfrac{V_1}{V_2} = 64$，圧縮前の温度は $T_1 = 250\,\mathrm{K}$ であったとする。単原子分子の理想気体が圧縮されたとすれば，温度は $T_2 = \boxed{\quad (10) \quad}$ K になり，二原

子分子の理想気体が圧縮されたとすれば，温度は $T_2 = \boxed{(11)}$ K になる。ここで必要であれば以下の数値を用いること。

$64^{\frac{1}{6}} = 2$, $64^{\frac{1}{5}} \fallingdotseq 2.30$, $64^{\frac{1}{4}} \fallingdotseq 2.83$, $64^{\frac{1}{3}} = 4$, $64^{\frac{1}{2}} = 8$

隕石の進行方向の正面で圧縮された空気の分子は，実際にはばらばらになっていることが知られている。

（計算用紙）