2019 年度入学試験問題

物　理

（試験時間　13：15〜14：45　90 分）

1．この問題冊子が，出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙には，記述解答用紙とマーク解答用紙の２種類があります。

3．解答は，必ず解答欄に記入およびマークしてください。解答欄以外への記入およびマークは無効となります。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に，マーク解答用紙には鉛筆のあとや消しくずを残さないでください。

5．解答用紙を折り曲げたり，汚したりしないでください。また，マーク解答用紙を記述解答用紙の下敷きに使用しないでください。

6．解答用紙には，必ず受験番号と氏名を記入およびマークしてください。

7．マーク解答用紙への受験番号の記入およびマークは，コンピュータ処理上非常に重要なので，誤記のないようにしてください。

8．一度記入したマークを修正する場合，しっかりと消してください。消し残しがあると，マーク読み取り装置が反応して解答が無効となることがあります。

(計算用紙)

(設問は次ページより始まる)

Ⅰ　次の文章の空欄にあてはまる最も適した数式または数値を解答群の中から選び，マーク解答用紙の所定の場所にマークしなさい。(33 点)

気体の定積モル比熱 C_V [J/(K·mol)] と定圧モル比熱 C_p [J/(K·mol)] の間に成り立つ関係を，物質量 n モルの理想気体に対する以下の考察から導いてみよう。ここで気体定数は R [J/(K·mol)] と書くことにする。

n モルの理想気体が，圧力 p [Pa]，絶対温度 T [K] の下で体積は V [m^3] であった。この状態を状態 A とよぶことにする。理想気体の状態方程式によれば，p，V，T の間には $\boxed{\quad(1)\quad}$ の関係が成り立つ。状態 A の気体に圧力を一定に保ちながら熱を加えて，温度が $T + \Delta T$ になるまでわずかに変化させたとき，体積は $V + \Delta V$ となった。これを状態 B とよぶことにする。状態 A から B への過程で，気体に加えた熱量 Q は $\boxed{\quad(2)\quad}$ [J]，気体が外部にした仕事 W は $\boxed{\quad(3)\quad}$ [J] である。このとき，気体の内部エネルギーの増加は $\boxed{\quad(4)\quad}$ [J] となる。次に状態 B から気体の体積を一定に保ちながら，圧力を $p + \Delta p$ まで変化させたとき，気体の温度は $T + \Delta T + \Delta T'$ となった。これを状態 C とよぶことにする。状態 B から C への過程で気体が得た熱量 Q' は $\boxed{\quad(5)\quad}$，気体がした仕事 W' は $\boxed{\quad(6)\quad}$ である。また状態 A，B，C に対する状態方程式より，ΔT および $\Delta T'$ は Δp，ΔV を使って $\Delta T = \boxed{\quad(7)\quad}$ [K]，$\Delta T' = \boxed{\quad(8)\quad}$ [K] と表される。ただし，Δp，ΔV は p，V に比べて十分に小さいとして，$\Delta p \Delta V$ は無視できるものとする。

状態 A から B を経て C に至る過程を考えよう。この過程で気体に加えられた熱量の総和 $Q + Q'$ が 0 であったとすると，状態 A から C への変化は断熱変化とみなすことができる。このとき，Δp，ΔV，$\Delta T + \Delta T'$ は断熱変化に伴う圧力，体積，温度の変化分と考えることができる。ここで $Q + Q' = 0$ の関係から，ΔT と定積モル比熱，定圧モル比熱を使って $\Delta T'$ は $\boxed{\quad(9)\quad}$ と表すことができる。さらに ΔT と $\Delta T'$ に対する(7)，(8)の関係を使えば，$\dfrac{C_p}{C_V}$ は $\boxed{\quad(10)\quad}$ と表される。

一方，状態 A から B を経て C に至る過程で $\Delta T + \Delta T' = 0$ とすると，状態 A から C への変化は等温変化とみなすことができる。このとき Δp と ΔV の間には $\boxed{\quad(11)\quad}$ の関係が成り立つ。以上の結果から，気体の定積モル比熱 C_V と定圧モル比熱 C_p の間には

$$\frac{C_p}{C_V}=\frac{\left(\dfrac{\Delta V}{\Delta p}\right)_{等温}}{\left(\dfrac{\Delta V}{\Delta p}\right)_{断熱}}$$

の関係が成り立つことがわかる。ここで$\left(\dfrac{\Delta V}{\Delta p}\right)_{等温}$，$\left(\dfrac{\Delta V}{\Delta p}\right)_{断熱}$はそれぞれ等温過程，断熱過程における圧力変化に対する体積変化の割合を表し，この関係は実は理想気体に限らず一般に成り立つ関係である。

[解　答　群]

(1)に対するもの

(a) $pV=$一定　(b) $\dfrac{V}{T}=$一定　(c) $\dfrac{p}{T}=$一定

(d) $pV^{\gamma}=$一定$\left(\gamma=\dfrac{5}{3}\right)$　(e) $pV=nRT$　(f) $pV=\dfrac{3}{2}nRT$

(2)に対するもの

(a) $nR\varDelta T$　(b) $-nR\varDelta T$　(c) $\dfrac{3}{2}R\varDelta T$　(d) $-\dfrac{3}{2}R\varDelta T$

(e) $nC_p\varDelta T$　(f) $-nC_p\varDelta T$　(g) $nC_V\varDelta T$　(h) $-nC_V\varDelta T$

(3)に対するもの

(a) pV　(b) $p(V+\varDelta V)$　(c) $R\varDelta T$　(d) 0

(e) $V\varDelta p$　(f) $-V\varDelta p$　(g) $p\varDelta V$　(h) $-p\varDelta V$

(4)に対するもの

(a) $nC_p\varDelta T+p\varDelta V$　(b) $-nC_p\varDelta T+p\varDelta V$　(c) $nC_p\varDelta T-p\varDelta V$

(d) $-nC_p\varDelta T-p\varDelta V$　(e) $nC_V\varDelta T+p\varDelta V$　(f) $-nC_V\varDelta T+p\varDelta V$

(g) $nC_V\varDelta T-p\varDelta V$　(h) $-nC_V\varDelta T-p\varDelta V$

(5)に対するもの

(a) $nR\varDelta T'$　(b) $-nR\varDelta T'$　(c) $\dfrac{3}{2}R\varDelta T'$　(d) $-\dfrac{3}{2}R\varDelta T'$

(e) $nC_p\varDelta T'$　(f) $-nC_p\varDelta T'$　(g) $nC_V\varDelta T'$　(h) $-nC_V\varDelta T'$

(6)に対するもの

(a) pV　(b) $p(V+\varDelta V)$　(c) $R\varDelta T'$　(d) 0

(e) $V\varDelta p$　(f) $-V\varDelta p$　(g) $p\varDelta V$　(h) $-p\varDelta V$

(7)に対するもの

(a) $\dfrac{p\varDelta V}{nR}$　(b) $-\dfrac{p\varDelta V}{nR}$　(c) $\dfrac{2}{3}\dfrac{p\varDelta V}{nR}$　(d) $-\dfrac{2}{3}\dfrac{p\varDelta V}{nR}$

(e) $\dfrac{V\varDelta p}{nR}$　(f) $-\dfrac{V\varDelta p}{nR}$　(g) $\dfrac{2}{3}\dfrac{V\varDelta p}{nR}$　(h) $-\dfrac{2}{3}\dfrac{V\varDelta p}{nR}$

(8)に対するもの

(a) $\dfrac{p\varDelta V}{nR}$　(b) $-\dfrac{p\varDelta V}{nR}$　(c) $\dfrac{2}{3}\dfrac{p\varDelta V}{nR}$　(d) $-\dfrac{2}{3}\dfrac{p\varDelta V}{nR}$

(e) $\dfrac{V\varDelta p}{nR}$　(f) $-\dfrac{V\varDelta p}{nR}$　(g) $\dfrac{2}{3}\dfrac{V\varDelta p}{nR}$　(h) $-\dfrac{2}{3}\dfrac{V\varDelta p}{nR}$

(9)に対するもの

(a) $\dfrac{C_p}{C_V}\varDelta T$　(b) $-\dfrac{C_p}{C_V}\varDelta T$　(c) $\dfrac{C_V}{C_p}\varDelta T$

(d) $-\dfrac{C_V}{C_p}\varDelta T$　(e) $\varDelta T$　(f) $-\varDelta T$

(10)に対するもの

(a) $\dfrac{p\varDelta V}{V\varDelta p}$　(b) $-\dfrac{p\varDelta V}{V\varDelta p}$　(c) $\dfrac{V\varDelta p}{p\varDelta V}$

(d) $-\dfrac{V\varDelta p}{p\varDelta V}$　(e) $\dfrac{2}{3}$　(f) $\dfrac{3}{5}$

(11)に対するもの

(a) $\dfrac{V\varDelta p}{p\varDelta V}=1$　(b) $\dfrac{V\varDelta p}{p\varDelta V}=-1$　(c) $\dfrac{V\varDelta p}{p\varDelta V}=\dfrac{C_p}{C_V}$

(d) $\dfrac{V\varDelta p}{p\varDelta V}=-\dfrac{C_p}{C_V}$　(e) $\dfrac{V\varDelta p}{p\varDelta V}=\dfrac{C_V}{C_p}$　(f) $\dfrac{V\varDelta p}{p\varDelta V}=-\dfrac{C_V}{C_p}$

(計算用紙)

(計算用紙)

(設問は次のページにつづく)

Ⅱ　次の文章の空欄にあてはまる数式または数値を，それぞれ記述解答用紙の所定の場所に記入しなさい。(33 点)

図１のように，なめらかな表面をもつ斜面が，水平面に対して傾斜角 θ $(0 < \theta < 90°)$ で固定されている。図２は斜面に対して垂直に，上方から斜面を見たときの様子である。斜面は半径 R の半円と，辺の長さが $2R$ と L $(> 2R)$ の長方形の領域からなる。また，小球が斜面からとび出ないように，斜面には端に沿ってなめらかな表面をもつ壁が，斜面に垂直に取り付けられている。図１，図２のように原点Ｏと x 軸，y 軸をとる。原点Ｏには質量 m の小球を発射する装置が取り付けられている。小球は原点Ｏから y 方向に発射され，斜面上を運動する。ただし，小球の大きさは無視し，重力加速度の大きさを g とする。

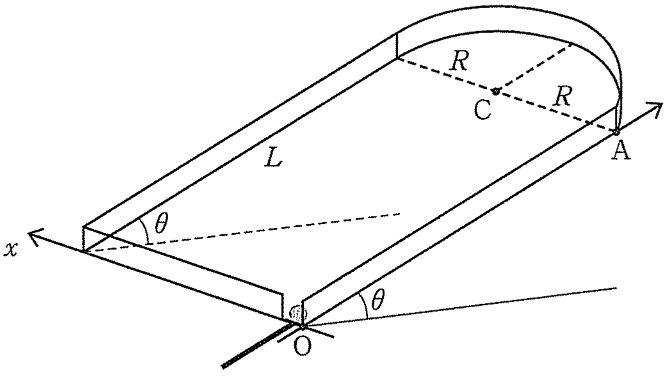

図１

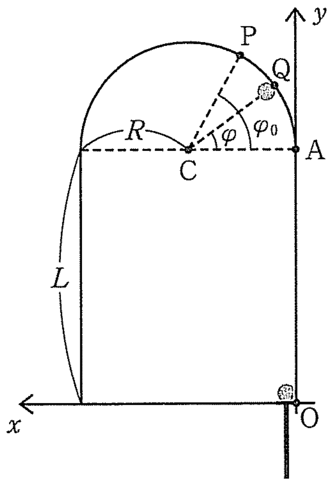

図２

最初に原点Ｏから小球を速さ v_0 で発射したところ，小球は点Ａに到達し，半円の領域内に入ることなく原点Ｏに引き返した。小球が原点Ｏから発射される瞬間と，点Ａに到達した瞬間についての力学的エネルギー保存則の式を用いると，v_0 は

$\boxed{\quad(1)\quad}$ と求まる。

次に原点Ｏから小球を速さ v_1 $(> v_0)$ で発射したところ，小球は半円の領域内に到

達し，しばらくは円周部の壁にそって運動した。円周上の点Qを通過するときの小球の速さを v とすると，小球には点Qにおいて大きさ $\boxed{\quad(2)\quad}$ の遠心力が円の中心から外向きにはたらく。半円部の中心の点Cと点Qを結ぶ線分QCが線分ACとなす角を φ，小球が壁から受ける垂直抗力の大きさを N とする。小球にはたらく重力は，y 方向の負の向きに大きさ $mg\sin\theta$ の成分をもつ。したがって，小球が点Qを通過するとき，小球と一緒に運動している観測者の立場では，小球に対する円の中心方向の力のつり合いの式は $\boxed{\quad(3)\quad}$ となる。また，小球が原点Oから発射される瞬間と，点Qに到達した瞬間についての力学的エネルギー保存則の式は $\boxed{\quad(4)\quad}$ となる。式(3)と式(4)から v を消去し，N を R，L，θ，φ，m，g，v_1 を用いて表すと

$$N = \boxed{\quad(5)\quad} - 2mg\frac{L}{R}\sin\theta \qquad (ア)$$

となる。

小球は円周部の壁にそって運動した後，点Pで壁からはなれた。線分PCが線分ACとなす角を φ_0，点Pにおける小球の速さを v_P とする。小球が壁からはなれる瞬間には $N = \boxed{\quad(6)\quad}$ が成り立つという条件を用いると，式(ア)から $\sin\varphi_0$ が求まる。さらに得られた $\sin\varphi_0$ を式(4)に代入すると v_P が求まる。$\sin\varphi_0$ と v_P は R，L，θ，g，v_1 のうち必要なものを用いて

$$\sin\varphi_0 = \frac{\boxed{\quad(7)\quad}}{3Rg\sin\theta} \qquad (イ)$$

$$v_P = \boxed{\quad(8)\quad} \qquad (ウ)$$

と表される。

以下では $\varphi_0 = 45°$ とする。また，小球が点Pで円周部の壁からはなれた瞬間を時刻 $t = 0$ とする。点Pで円周部の壁からはなれた後，小球は斜面上を x 方向には等速度運動，y 方向には加速度 $a_y = \boxed{\quad(9)\quad}$ の等加速度運動を行い，時刻 t_1 に長方形部分の左側の壁に衝突する。点Pの座標が $(x, y) = \left(R - \frac{\sqrt{2}}{2}R, L + \frac{\sqrt{2}}{2}R\right)$ と表され，時刻 $t = 0$ における小球の速度 (v_x, v_y) が v_P により $v_x = v_y = \frac{\sqrt{2}}{2}v_P$ と表されることに注意すると，t_1 は v_P，R を用いて $t_1 = \boxed{\quad(10)\quad}$ と表される。他方，式(イ)に $\sin\varphi_0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

を代入すると v_1 が求まり，これを式(ウ)に代入すると v_P が求まる。これらを用いると，小球が壁に衝突する点の y 座標は R，L を用いて $y=$ $\boxed{(11)}$ と求まる。

(計算用紙)

(設問は次のページにつづく)

Ⅲ　次の文章の空欄にあてはまる数式，語句またはグラフを記述解答用紙の所定の場所に記入しなさい。ただし，(1)-(10)の解答欄には数式を，(11)の解答欄には語句を，(12)の解答欄にはグラフを記入しなさい。必要ならば以下の等式を用いてよい。(34 点)

$$1+2+\cdots+N=\frac{1}{2}N(N+1)$$

図 1 に示すように，起電力 V[V]の電池，抵抗値 R[Ω]の抵抗，および電気容量 C[F]のコンデンサーをつないだ回路がある。抵抗以外の回路の電気抵抗は無視できるものとする。また，時刻 $t=0\,\mathrm{s}$ でスイッチをつなぐ前にコンデンサーに電荷はたくわえられていなかったものとする。スイッチをつないだ後，十分に時間がたてばコンデンサーの極板には $\pm Q$[C]の電荷がたくわえられる。ここで Q は C, V, R のうち必要なものを用いて $\boxed{\quad(1)\quad}$ [C]と表される。このときコンデンサーには $\boxed{\quad(2)\quad}$ [J]のエネルギーがたくわえられる。また，この間に電池は Q だけの電荷を電位差 V のところまで運び上げたことになるので，電池がした仕事は $\boxed{\quad(3)\quad}$ [J]であり，コンデンサーにたくわえられたエネルギーとの差はジュール熱として消費されたと考えられる。

このことを確認するために電荷 Q が電池からコンデンサーに運ばれる過程を次のように考えてみよう。Q を N 等分して $\varDelta Q=\dfrac{Q}{N}$ の電荷が N 回に分けて運ばれるものと考える。コンデンサーに $n\varDelta Q$ ($n=0, 1, \cdots, N-1$) の電荷がたくわえられているときに，抵抗の両端にかかる電位差は N, n, V を用いて $\boxed{\quad(4)\quad}$ [V]となる。このとき抵抗には $\boxed{\quad(5)\quad}$ [A]の電流が流れる結果，単位時間に発生するジュール熱は $\boxed{\quad(6)\quad}$ [J]となる。この電流が $\varDelta Q$ の電荷を運ぶのに要する時間は C, R, N, n を用いて $\boxed{\quad(7)\quad}$ [s]と表されるので，$\varDelta Q$ の電荷を運ぶ間にジュール熱として失われるエネルギーは $\boxed{\quad(8)\quad}$ [J]となる。$\varDelta Q$ だけ電荷が運ばれた結果，コンデンサーには $(n+1)\varDelta Q$ の電荷がたくわえられることになるので，次に $\varDelta Q$ の電荷を運ぶときには抵抗の両端にかかる電位差は変化していることになる。したがって N 回に分けて $\varDelta Q$ の電荷を運ぶ間には，合わせて $\boxed{\quad(9)\quad}$ [J]のエネルギーが消費される。N が十分に大きいとすると，このエネルギーは $\boxed{\quad(10)\quad}$ [J]となり，電気抵抗 R の値によらないことがわかる。

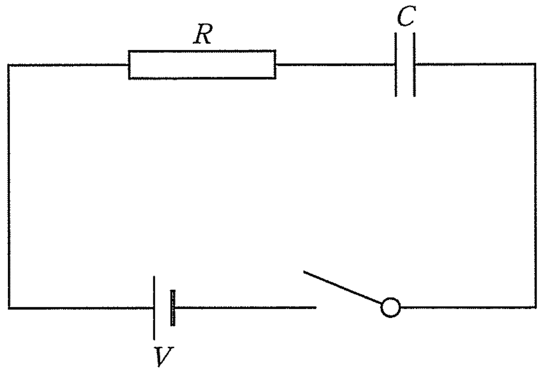

図 1

コンデンサーに $n\varDelta Q$ の電荷がたくわえられているときに $\varDelta Q$ だけの電荷を運ぶのに(7)の時間を要することを考えると，充電が進むとともに $\varDelta Q$ の電荷を運ぶのに要する時間は $\boxed{(11)}$ なる。したがってスイッチをつないでから十分に時間が経過するまでのコンデンサーの極板上の電荷の時間変化は，図 $\boxed{(12)}$ のように表される。