2012 年度入学試験問題

理　　　科

（試験時間　10：30〜12：10　100 分）

1．解答用紙は，記述解答用紙（物理・化学・生物の 3 種類）のみです。

2．**問題は，Ⅰ〜Ⅸ（物理：Ⅰ〜Ⅲ，化学：Ⅳ〜Ⅵ，生物：Ⅶ〜Ⅸ）の 9 題あります。そのうち 3 題を選択して解答してください。ただし生物は生命科学科受験者のみ選択できます。選択した問題には解答用紙の設問番号の右側の選択欄に○を記入してください。（○の記入がない場合は採点の対象となりませんので注意してください。）**
なお，4 題以上○を記入した場合は，理科の解答はすべて無効となります。

（記入例）

Ⅰ	選　択	○

3．解答は，必ず解答欄に記入してください。なお，解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。

5．解答用紙には，物理・化学・生物すべてに受験番号と氏名を必ず記入してください。（物理，化学，生物のいずれかについて 1 題も選択していない場合でも受験番号，氏名は必ずすべての解答用紙に記入してください。試験終了後，物理・化学・生物すべての解答用紙を回収します。）

142－NQ

I　次の問題の答えを解答用紙の所定の場所に書きなさい。問2以降に対しては，答えを導出する過程も書きなさい。(50点)

おおいぬ座のシリウスとよばれる恒星は，シリウスAという主星とシリウスBという伴星とからなる連星である。

シリウスAの質量を m_A，シリウスBの質量を m_B とし，この2つの星の重心をOとする（$m_A > m_B$ である)。以下では，図1に示したように，シリウスAは重心Oを中心とする半径 r_A の円周上を等速円運動し，シリウスBは重心Oを中心とする半径 r_B の円周上を等速円運動しているものとしよう。これら2つの円軌道は1つの平面（公転面）上にあり，図1のように，シリウスAの中心点，重心O，シリウスBの中心点は常に一直線上に並んでいる。2つの星の角速度は等しく，これを ω と書くことにする。

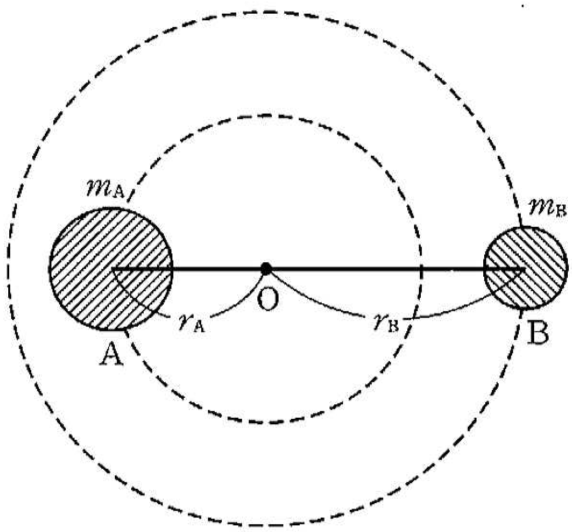

図1

問い

1．以下の空欄に適した数式を答えなさい。

万有引力定数を G とすると，シリウスＡとＢの間にはたらく引力の大きさは，G，m_A，m_B，r_A，r_B を用いて表すと，$\boxed{(ア)}$ である。また，シリウスＡの加速度の大きさは r_A と ω を用いて表すと，$\boxed{(イ)}$ であり，シリウスＢの加速度の大きさは r_B と ω を用いて表すと，$\boxed{(ウ)}$ である。したがって，運動方程式は

$$m_A \boxed{(イ)} = \boxed{(ア)} \qquad (1)$$

$$m_B \boxed{(ウ)} = \boxed{(ア)} \qquad (2)$$

となる。

2．シリウスＡとＢの総質量 $m_A + m_B$ を M，星間距離 $r_A + r_B$ を a，また，この連星の重心のまわりの公転周期を T とする。M を a，G，T を用いて表す式を導きなさい。

3．地球の公転軌道の半長軸を１天文単位という。これは約 1.50×10^{11} m である。a は約 2.00×10^1 天文単位であることが知られている。これは何 m であるか答えなさい。計算は３桁で実行し，有効数字２桁で答えなさい。

4．T は約 5.01×10^1 年である。これは何 s であるか答えなさい。計算は３桁で実行し，有効数字２桁で答えなさい。

5．太陽の質量は約 2.00×10^{30} kg である。問２で導いた式に，上の a と T の値を代入して，M は太陽の質量の何倍であるか計算しなさい。ただし，$G = 6.67 \times 10^{-11}$ $\mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$ である。また，必要な場合は，円周率 $\pi = 3.14$ としなさい。計算は２桁で実行し，有効数字１桁で答えなさい。

6．シリウスＡとＢの軌道半径の比を $R = \dfrac{r_A}{r_B}$ とする。この値がわかれば，シリウスＡとシリウスＢそれぞれの質量を求めることができる。m_A と m_B を，それぞれ M と R を用いて表しなさい。観測データより，シリウスＡとシリウスＢの実際の質量比は約２：１であることがわかっている。

物理を応用すると，このように，遠い星々の質量を計算することもできるのである。

II　次の問題の答えを導出の過程も含めて，解答用紙の所定の場所に書きなさい。

(50 点)

電気うなぎは，発電細胞とよばれる細胞が多数集まって外部に大きな電流を流して，水中の魚にショックを与えることができる。1個の発電細胞は図1(a)のように起電力 e の電池と内部抵抗 r が直列につながったものである。細胞が活性化することにより発電細胞の集団が外部抵抗 R に瞬間的に電流を流すことができる。発電細胞の総数を n 個とし，次の問題を考えなさい。

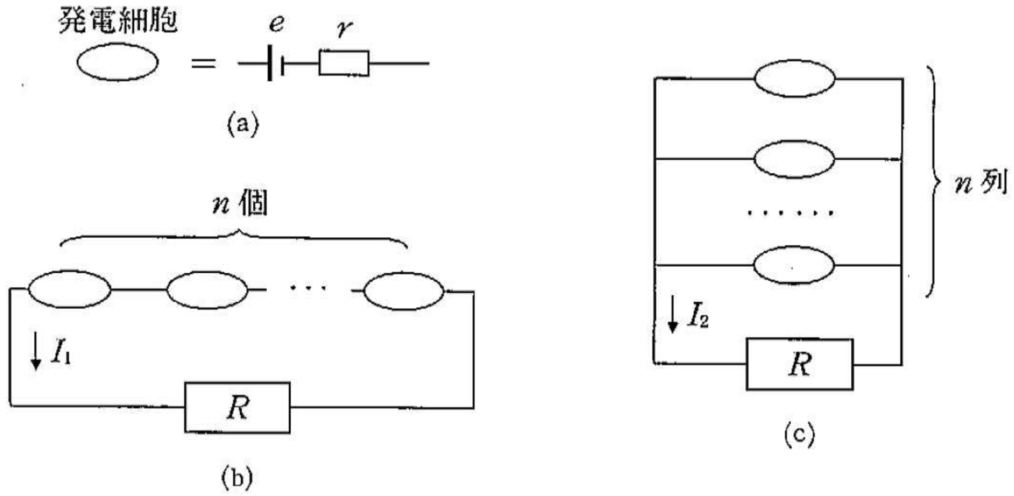

図1：(a)発電細胞の概略，(b)直列接続，(c)並列接続

問い

1．図1(b)のように，n 個の発電細胞が直列につながっていて，それが外部の抵抗 R とつながっている場合を考えよう。抵抗 R を流れる電流 I_1 はいくらか。ただし n は非常に大きいので，R は nr よりずっと小さいとして，電流 I_1 を e と r だけで表しなさい。

2．図1(c)のように n 個の細胞が並列に連結されて，それらが外部抵抗 R とつながっているとき，抵抗 R を流れる電流 I_2 はいくらか。ただし $\frac{r}{n}$ は R よりずっと小さいとして，電流 I_2 を e と R だけで表しなさい。

3．図2のように p 個の細胞が直列につながったユニットが q 個並列に連結されている。抵抗 R を流れる電流 I はいくらか。

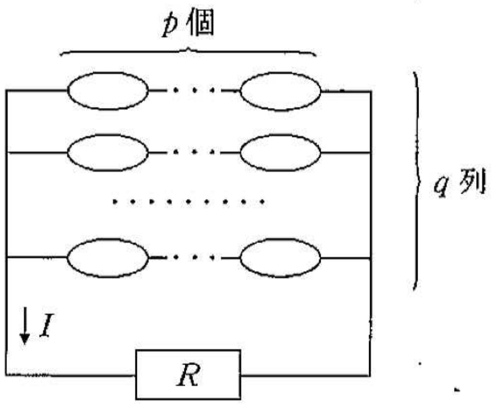

図 2 ：混合接続

4．問 3 の答えにおいて，細胞の個数 pq は n に等しいとしよう。n を固定した条件の下で，I を最大にするには p，q をどのように選べばよいか。ただし p，q は整数であるが，あたかも連続な数のように取り扱いなさい。そのときの I の値を I_3 とすれば，I_3 はいくらか。（ヒント：$q=\dfrac{n}{p}$ を代入することにより I を p だけで表し，$\dfrac{a}{p}+bp=\left(\sqrt{\dfrac{a}{p}}-\sqrt{bp}\right)^2+2\sqrt{ab}$ のように式変形をする。）

5．$n=10^5$，$\dfrac{R}{r}=10^3$ として，$\dfrac{I_1}{I_3}$，$\dfrac{I_2}{I_3}$ をそれぞれ有効数字 1 桁で答えなさい。その結果は外部に流す電流を大きくするには，混合型の細胞構成がよいことを示している。

III 次の問題の答えを導出の過程も含めて，解答用紙の所定の場所に書きなさい。

(50 点)

真夏の晴天の日にドライブしていると，アスファルト舗装をされた道路の前方に水たまりがあるように見えることがよくある。ところが，車を走らせて行くとあたかも水たまりが逃げて行くように見えるので，この現象を逃げ水という。これについて考えてみよう。

逃げ水が見えるときには，道路の表面は強く熱せられて，ときにはアスファルトが柔らかくなるくらいに道路表面の温度が高くなっている。このため，路面のごく近くでは空気の温度が高くなっていて，路面から上に離れるにしたがって低くなる。温度が高いほど空気の密度は小さく，密度が小さいほど屈折率は小さい。したがって，逃げ水が見えるときには，路面から上に行くにしたがって，屈折率がだんだんと増加する。路面のごく近くでの空気の屈折率を n とし，十分上での屈折率を n_0 としよう。すると，$n_0 > n$ であり，空気の屈折率は道路表面から上に行くにしたがって，n から n_0 に増加する。

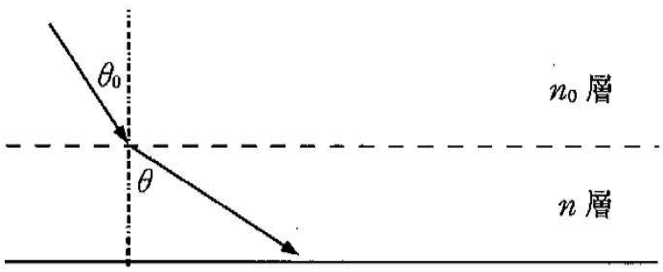

図 1

問い

1．図 1 のように，路面のすぐ上には屈折率 n の水平な空気の層があり（これを n 層とよぶ），その上には屈折率 n_0 の別の空気の層がある（これを n_0 層とよぶ）ものとしよう。図 1 のように，n_0 層から入射角 θ_0 で入射した光が n 層に屈折角 θ で入るとき，$n_0 \sin\theta_0$ を n と θ を用いて表しなさい。

2．問 1 の場合，n_0 層と n 層の屈折率は $n_0 > n$ なので，入射角 θ_0 と屈折角 θ の間には不等式 $\theta_0 < \theta$ が成り立つ。したがって，θ_0 を増すと θ が先に $\pi/2$ に達し，それ以上 θ_0 を増しても，光は n_0 層と n 層の境界面で反射されて n 層の中には入れない。この現象を全反射といい，θ がちょうど $\pi/2$ になる入射角を臨界角という。これを α とよぶことにしよう。この α と屈折率 n_0，n の間の関係式を求めなさい。

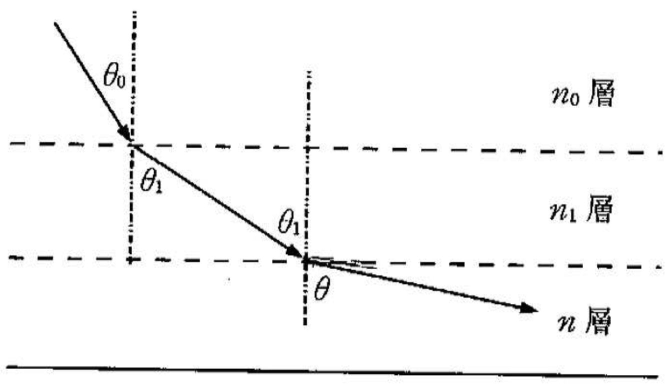

図 2

3．次に図 2 のように，n_0 層と n 層の間に屈折率 n_1 の空気の中間層ができている場合を考えてみよう（これを n_1 層とよぶ)。このとき，$n_0 > n_1 > n$ である。図 2 のように，n_0 層から入射角 θ_0 で入射した光が n_1 層に屈折角 θ_1 で入り，引き続き n_1 層から入射角 θ_1 で n 層に屈折角 θ で入る。$n_0 \sin\theta_0$ を n_1 と θ_1 を用いて表しなさい。次に，$n_0 \sin\theta_0$ を n と θ を用いて表しなさい。これらの結果から，n_1 層が n_0 層と n 層の間にあることは，n 層での屈折角 θ にどのように影響するかを答えなさい。

4．図 2 で，n 層での屈折角 θ がちょうど $\pi/2$ になるときの n_0 層から n_1 層への入射角 θ_0 を，問 2 で求めた臨界角 α を用いて表しなさい。

5．n_0 層と n 層の間に屈折率 n_1 の n_1 層，屈折率 n_2 の n_2 層，…，屈折率 n_i の n_i 層，…というように，空気の中間層がいくつもある場合を考えることにしよう。このとき，$n_0 > n_1 > n_2 > \cdots > n_i > \cdots > n$ である。そして，記述解答用紙の問5の解答欄の図にあるように，点Aにおいて n_0 層から入射角 α で入射した光が，そこから離れた点Bで角度 α で上向きに進む場合を考えてみる。問2から問4までの結果を考慮して，光が点Aから点Bに進む間のおおよその進路を，問5の解答欄に書き込みなさい。ただし，層の数が多いので各層は薄いとして，光の進路は曲線で描けばよいものとする。

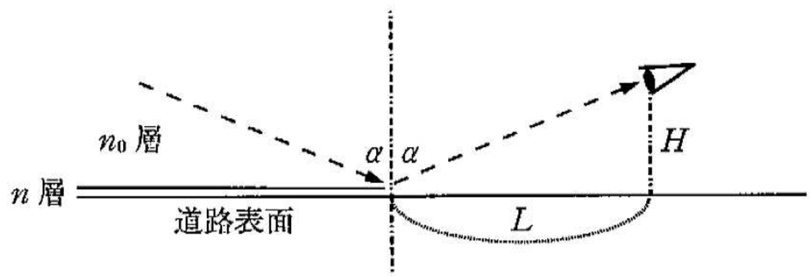

図3

6．以上の結果から，n_0 層と n 層の間の空気がどうなっているのかはそれほど重要でない。そこで再び図1に戻って，n_0 層と n 層だけがあって，しかも n 層は非常に薄くてその厚みは無視できるとしよう。このとき，図3のように，路上 H の高さから路面を見ると，臨界角 α のために逃げ水は路上での距離 L の前方で見え，それより手前ではよく見えない。この距離 L を屈折率 n_0，n および H を用いて表しなさい。

以上のことから逃げ水とは温度の差によって空気の層が鏡のように見えることから生じていることがわかり，更に，見る人が前進すれば，逃げ水の限界点も同じ距離だけ進む。このことが「逃げ水」とよばれるゆえんである。