2013 年度入学試験問題

物　　理

（試験時間　13：15～14：45　90 分）

1．この問題は，入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙は，記述解答用紙とマーク解答用紙の 2 種類がありますので注意してください。

3．解答は，必ず解答欄に記入してください。なお，解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。

4．解答は，HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に，マーク解答用紙には鉛筆のあとや消しくずを残さないでください。また，折りまげたり，汚したりしないでください。記述解答用紙の下敷きにマーク解答用紙を使用することは絶対にさけてください。

5．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入してください。

6．マーク解答用紙の受験番号および受験番号のマーク記入は，コンピュータ処理上非常に重要なので，誤記のないよう特に注意してください。

141－NQ－P

I　次の文章の空欄にあてはまる数式を解答群の中から選び，マーク解答用紙の所定の場所にマークしなさい。(34 点)

図 1 のように，斜面 A の上端に質量 m_1 の小球（以下，小球 m_1 と呼ぶ）が，斜面 A の下端に質量 m_2 の振り子のおもり（以下，小球 m_2 と呼ぶ）が，斜面 B の下端に質量 m_3 の小球（以下，小球 m_3 と呼ぶ）がそれぞれおかれている。ただし，図 1 のように，斜面 A および斜面 B が水平となす角度は 45 度である。斜面 A を高さ h だけ滑り落ちた小球 m_1 は，斜面 A の下端で小球 m_2 と合体する（図 2）。小球 m_1 と合体した小球 m_2（以下，物体 $m_1 + m_2$ と呼ぶ）は斜面 A を離れ，反対側にある斜面 B の下端で小球 m_3 と完全弾性衝突をする（図 3）。斜面 B を高さ H だけ上昇した小球 m_3 は斜面 B の上端で空中に投げ出され（図 4），斜面 B の上端より水平方向に距離 L，鉛直方向に高さ h' の位置にある箱に入って終わる。小球 m_3 をうまく箱に入れるためには高さ h をどのようにすればよいか調べてみよう。ただし，箱や小球の大きさ，摩擦はすべて無視する。重力加速度の大きさは g とする。小球 m_2 が描く軌跡と各斜面の下端は滑らかに接しており，また斜面 A と斜面 B の下端の高さは同じであるとする。

小球 m_1 が斜面 A の下端に達したときの速度（斜面下向きを正とする）を v とする。力学的エネルギー保存則を用いると，$v =$ $\boxed{(1)}$ となる。

次に，小球 m_1 が小球 m_2 と合体した直後の，物体 $m_1 + m_2$ の速度（斜面下向きを正とする）を w とする。合体前後の運動量保存則の式は $\boxed{(2)}$ となる。(1)と(2)

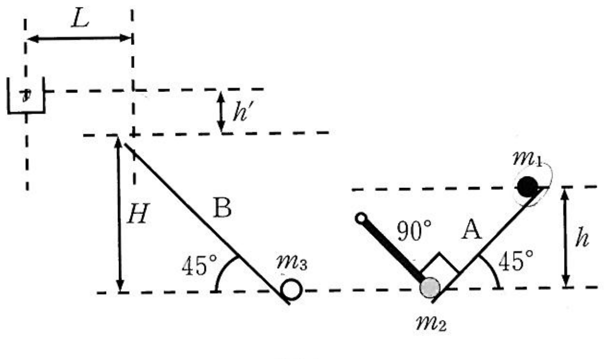

図 1

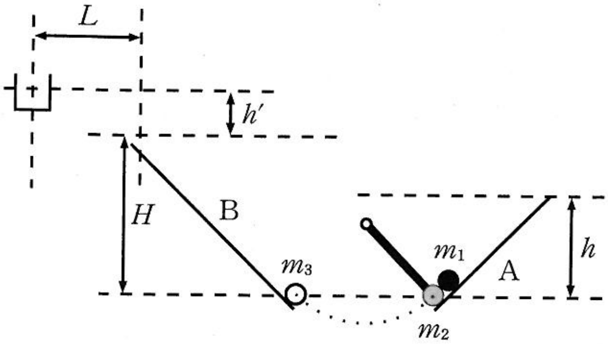

図 2

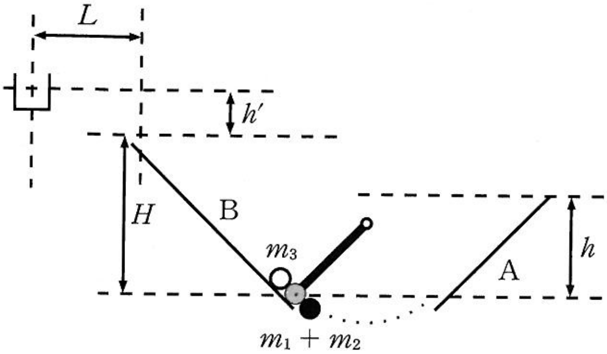

図 3

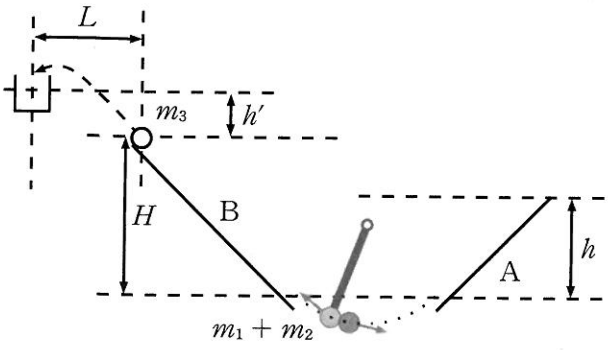

図 4

から w を求めると $w =$ $\boxed{(3)}$ となる。

斜面Bの下端にある小球 m_3 に衝突する直前の，物体 $m_1 + m_2$ の速度（斜面上向きを正とする）は $w_0 =$ $\boxed{(4)}$ となる。また，小球 m_3 と衝突した直後の，物体 $m_1 + m_2$ の速度を w'，小球 m_3 の速度を u（ともに斜面上向きを正とする）とすれば，衝突前後の運動量保存則の式は $\boxed{(5)}$ となる。(5)と完全弾性衝突の条件から $u =$ $\boxed{(6)}$ となる。

さらに，小球 m_3 が斜面の上端に達した時の速度（斜面上向きを正とする）を u' とする。エネルギー保存則を用いると $u' =$ $\boxed{(7)}$ になる。

次に u' が満たさなくてはならない条件を求めよう。小球 m_3 が斜面の上端から投げ出されて，箱に入るまでの時間を u' と L で表すと，$\boxed{(8)}$ となる。また，小球 m_3 が斜面から空中に投げ出されてから時間 t が経過したときの，斜面上端を基準にした高さは $\boxed{(9)}$ となる。したがって，小球 m_3 が箱に入るための条件は，$u' =$ $\boxed{(10)}$ となる。

以上のことより斜面Aの高さ h は，(3)，(6)，(7)，(10)を用いて，$h =$ $\boxed{(11)}$ となる。

NHKのEテレの番組「ピタゴラスイッチ」に登場するピタゴラ装置と呼ばれるからくり装置が人気を博しているが，ピタゴラ装置を作るときにはこのような計算をして，小球 m_1 の初期の高さ h を L と H，そして h' の関数として決めているのである。

［解　答　群］

(1)に対するもの

(a) $2\sqrt{2m_1gh}$　(b) $\sqrt{m_1gh}$　(c) $2\sqrt{m_1gh}$　(d) $\dfrac{\sqrt{2m_1gh}}{2}$

(e) $\sqrt{2gh}$　(f) $\dfrac{\sqrt{m_1gh}}{3}$　(g) $2\sqrt{gh}$　(h) $\dfrac{\sqrt{2gh}}{2}$

(2)に対するもの

(a) $(m_1+m_2)w=m_1v$　(b) $m_2w=(m_1+m_2)v$　(c) $m_2w=m_1v$

(d) $m_1w=m_2v$　(e) $(m_1+m_2)v=m_1w$　(f) $m_2v=(m_1+m_2)w$

(g) $2m_2v=m_1w$　(h) $(m_1+m_2)v=2m_2w$

(3)に対するもの

(a) $\dfrac{2m_1}{m_2}\sqrt{m_1gh}$　(b) $\left(\dfrac{m_1}{m_2}+1\right)\sqrt{m_1gh}$　(c) $\dfrac{m_1}{m_1+m_2}\sqrt{2gh}$

(d) $\dfrac{m_2}{\sqrt{2m_1}}\sqrt{gh}$　(e) $2\left(1+\dfrac{m_2}{m_1}\right)\sqrt{2m_1gh}$　(f) $\dfrac{m_2}{3(m_1+m_2)}\sqrt{m_1gh}$

(g) $\dfrac{4m_2}{m_1}\sqrt{gh}$　(h) $\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{m_1}{m_2}+1\right)\sqrt{\dfrac{gh}{2}}$

(4)に対するもの

(a) $\sqrt{2}w$　(b) $2w$　(c) $3w$　(d) $\dfrac{w}{\sqrt{2}}$

(e) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}w$　(f) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}w$　(g) $\sqrt{3}w$　(h) w

(5)に対するもの

(a) $m_1u+(m_1+m_2)w'=(m_1+m_2)w_0$

(b) $m_3u+(m_1+m_2)w'=(m_1+m_2)w_0$

(c) $m_2u+(m_1+m_2)w'=(m_1+m_2)w_0$

(d) $m_2w'+(m_1+m_2)u=(m_1+m_2)w_0$

(e) $m_3u+(m_1+m_2)w'=m_1w_0$

(f) $m_1u+(m_1+m_2)w'=m_2w_0$

(g) $m_2u+(m_1+m_2)w'=(m_1-m_2)w_0$

(h) $m_2w'+(m_1+m_2)u=(m_1+m_3)w_0$,

(6)に対するもの

(a) $\dfrac{\sqrt{2}(m_1+m_2+m_3)}{m_1+m_2}w$

(b) $\dfrac{2(m_1+m_2+m_3)}{m_1+m_2}w$

(c) $\dfrac{3(m_1+m_2)}{m_1+m_2+m_3}w$

(d) $\dfrac{2(m_1+m_2)}{m_1+m_2+m_3}w$

(e) $\dfrac{3(m_1+m_3)}{2\sqrt{2}(m_1+m_2)}w$

(f) $\dfrac{\sqrt{3}(m_1+m_2+m_3)}{2(2m_1+m_2)}w$

(g) $\dfrac{\sqrt{3}(m_1+m_2+m_3)}{2m_2+m_3}w$

(h) $\dfrac{m_1+m_2+2m_3}{\sqrt{2}(m_2+m_3)}w$

(7)に対するもの

(a) $u+\sqrt{2gH}$ (b) $\sqrt{u^2-gH}$ (c) $u-\sqrt{2gH}$ (d) $u-\sqrt{gH}$

(e) $\sqrt{u^2+2gH}$ (f) $\sqrt{u^2+gH}$ (g) $\sqrt{u^2-2gH}$ (h) $u+\sqrt{gH}$

(8)に対するもの

(a) $\dfrac{u'}{\sqrt{2}L}$　(b) $\dfrac{L}{\sqrt{2}u'}$　(c) $\dfrac{2L}{u'}$　(d) $\dfrac{L}{2u'}$

(e) $\dfrac{\sqrt{2}u'}{L}$　(f) $\dfrac{\sqrt{2}L}{u'}$　(g) $\dfrac{2u'}{L}$　(h) $\dfrac{u'}{2L}$

(9)に対するもの

(a) $\dfrac{1}{2}u't - \dfrac{1}{2}gt^2$　(b) $\sqrt{2}u't - \dfrac{1}{2}gt^2$　(c) $u't - \dfrac{1}{2}gt^2$

(d) $\dfrac{u'}{\sqrt{2}}t - \dfrac{1}{2}gt^2$　(e) $\dfrac{u'}{\sqrt{2}}t + \dfrac{1}{2}gt^2$　(f) $-\sqrt{2}u't - \dfrac{1}{2}gt^2$

(g) $u't + \dfrac{1}{2}gt^2$　(h) $-\dfrac{1}{2}u't - \dfrac{1}{2}gt^2$

(10)に対するもの

(a) $\sqrt{\dfrac{Lg}{1-\dfrac{h'}{L}}}$　(b) $\sqrt{\dfrac{Lg}{4\left(1-\dfrac{h'}{L}\right)}}$　(c) $\sqrt{\dfrac{Lg}{1-\dfrac{h'}{2L}}}$

(d) $\sqrt{\dfrac{Lg}{\sqrt{2}-\dfrac{4h'}{L}}}$　(e) $L\sqrt{\dfrac{h'-L}{g}}$　(f) $\sqrt{\dfrac{Lg}{\dfrac{h'}{L}-2}}$

(g) $\dfrac{Lh'}{2}\left(1+\dfrac{g}{L}\right)$　(h) $\sqrt{\dfrac{h'}{4L\left(1+\dfrac{g}{2L}\right)}}$

(11)に対するもの

(a) $\dfrac{1}{2m_1}\left(\dfrac{m_1}{m_1+m_3}\right)^2\left\{\dfrac{L}{3\left(1-\dfrac{h'}{L}\right)}-2H\right\}$

(b) $\dfrac{m_2}{(m_1+m_2+m_3)^2}\left\{\dfrac{L}{2\left(1-\dfrac{h'}{L}\right)}+H\right\}$

(c) $2\left\{\dfrac{m_2(m_1+m_2+m_3)}{2m_1(m_1+m_2)}\right\}\left(\sqrt{\dfrac{L}{1-\dfrac{h'}{L}}}+\sqrt{H}\right)^2$

(d) $\dfrac{1}{2}\dfrac{m_1(m_1+m_2)^2}{\{m_2(m_1+m_2+m_3)\}^2}\left(\sqrt{\dfrac{L}{2\left(1-\dfrac{h'}{L}\right)}}+\sqrt{H}\right)^2$

(e) $\dfrac{1}{8}\left(\dfrac{m_1+m_2+m_3}{m_1}\right)^2\left(\dfrac{L}{1-\dfrac{h'}{L}}+2H\right)$

(f) $\dfrac{36(m_1+m_2)^3}{m_1\{m_2(m_1+m_2+m_3)\}^2}\left\{\dfrac{3L}{2\left(1-\dfrac{h'}{L}\right)}-H\right\}$

(g) $\dfrac{1}{2}\left\{\dfrac{m_1(2m_2+m_3)}{m_2(m_1+m_2+m_3)}\right\}^2\left(\sqrt{\dfrac{L}{3\left(1-\dfrac{h'}{L}\right)}}-\sqrt{H}\right)^2$

(h) $32\left\{\dfrac{m_2(m_2+m_3)}{(m_1+m_2)(m_1+m_2+2m_3)}\right\}^2\left(\sqrt{\dfrac{5L}{3\left(1-\dfrac{h'}{L}\right)}}-\sqrt{H}\right)^2$

(設問は次ページに続く。)

II　次の文章の空欄(2)にあてはまる語句，(2)以外の空欄にあてはまる数式を記述解答用紙の所定の場所に書きなさい。(33 点)

図 1 のように，長さ L[m] の 1 辺に起電力 E[V] の電源，抵抗値 R[Ω] の抵抗，スイッチ S をつないだ，長いコの字型の平行な導体レールがある。質量 M[kg] の導体棒を，図のように接点 C，D で導体レールと接触させて閉じた回路をつくる。この回路は水平におかれており，導体棒にかかる重力は接点 C，D に均等にかかっている。重力加速度の大きさを g[m/s^2] とする。接点 C，D での導体棒と導体レールとの間の静止摩擦係数は μ であり，導体棒は，導体レールと動摩擦係数 μ' で接触しながらレールに沿って動くことができる。回路は，鉛直方向の一様な磁束密度の大きさ B[T] の磁場中にある。また，抵抗 R 以外の導体の抵抗，および電源の内部抵抗は無視できるものとし，回路に流れる電流が作る磁場は，磁束密度 B の一様な磁場に比べて無視できるものとする。

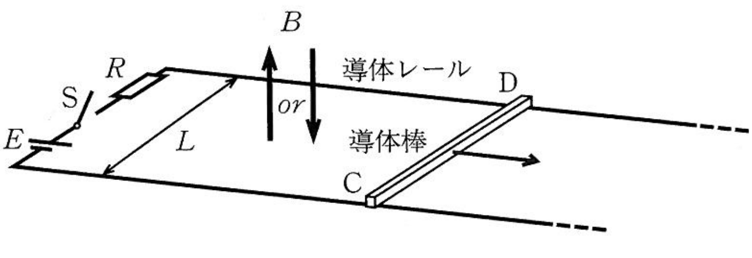

図 1

磁束密度 B[T] の一様な磁場と垂直におかれた導線に I[A] の電流を流したとき，導線 ℓ[m] あたりには，磁場と電流に垂直な方向に，大きさ $\boxed{\quad(1)\quad}$ [N] の力がはたらくことが知られている。図 1 の回路で，スイッチ S を閉じたところ，導体棒が図の矢印の向きに動き出した。これは電流の流れる導体棒が磁場から力を受けたからである。導体棒が磁場から受けた力の向きから，図 1 の磁場の向きは鉛直 $\boxed{\quad(2)\quad}$ 向きであることが分かる。静止していた導体棒が動き出すためには，$\boxed{\quad(3)\quad}$ [N] より大きな力が必要である。したがって，このとき抵抗値 R には $\boxed{\quad(4)\quad}$ の条件が必要となる。動き始めた後，導体棒の速さは，増大しながらしだいに値 v_0[m/s]

に近づき，十分時間がたった後に，導体棒は速さ v_0 で等速直線運動を続けた。これは，導体棒が磁場から受ける力と，導体棒と導体レールの間にはたらく摩擦力がつり合っているからである。

導体棒が速さ v_0[m/s] で等速直線運動をしているとき，回路に生じる誘導起電力の大きさ V[V] は，v_0 を用いて $V = \boxed{(5)}$ と表される。したがって，このとき導体棒に流れる電流の大きさ I[A] は，$I = \boxed{(6)}$ と表され，導体棒が磁場から受ける力の大きさ F[N] は，v_0 を用いて $F = \boxed{(7)}$ と表される。したがって，導体棒の速さ v_0 を E，R，B，M などを用いて表すと $v_0 = \boxed{(8)}$ となる。このとき導体棒と導体レールの間の摩擦で失われる単位時間当たりのエネルギーを U[J/s] とすると，U は E，R，B，v_0 などを用いて $U = \boxed{(9)}$ と表される。また，導体棒の速さが v_0 のとき，抵抗 R に単位時間当たりに生じる熱量 Q[J/s] は，v_0 を用いて $Q = \boxed{(10)}$ と表され，このとき電源の電力 P[W] は，v_0 を用いて $P = \boxed{(11)}$ と表される。したがって，U，Q，P の間にはエネルギー保存則にしたがう関係があることが分かる。

III　次の文章の空欄にあてはまる語句，数式，または数値を，記述解答用紙の所定の場所に書きなさい。(33 点)

波の性質を持つ光が干渉性を示すことを実験で明らかにしたのは，19 世紀の物理学者 $\boxed{(1)}$ である。(1)の実験は，図 1 のように単色光の光源から出た光が，スリット S_0 を通過した後，2 本のスリット（二重スリット）S_1，S_2 を通過してスクリーンにあたると，スクリーン上に明暗の縞模様ができる，というものである。これは，スリット S_1，S_2 を通過した光が $\boxed{(2)}$ により広がって干渉し，スクリーン上に縞模様をつくるからである。このとき，スリット S_0 を用いるのは，S_0 からスリット S_1，S_2 までの距離を等しくしておくと，S_1，S_2 から出た光が $\boxed{(3)}$ となるからである。

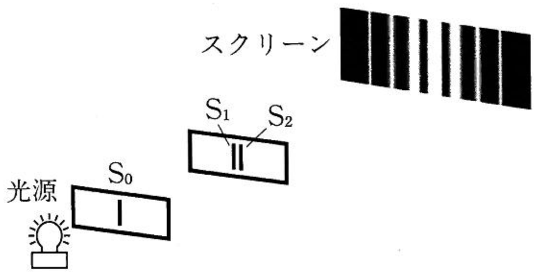

図 1

図 2 は，図 1 の装置を上から見下ろしたものである。スリット S_1，S_2 の中点からスクリーンに下ろした垂線の足を点 O とする。点 O を原点として，x 軸を図 2 のようにとり，点 P の座標を x とする。スリット S_1，S_2 から点 P までの距離をそれぞれ L_1，L_2，S_1 と S_2 の中点から点 O までの距離を L，S_1 と S_2 の間隔を $2d$（$2d \ll L$，図 2 では見やすくするため $2d$ を大きく描いてある）とする。S_1 と P を結ぶ線分を光路 S_1P，S_2 と P を結ぶ線分を光路 S_2P とする。光の波長を λ とする。スリット S_1，S_2 から出た光の位相がスクリーン上でそろって強め合うと，干渉した光は明線となる。すなわち，光路 S_1P と光路 S_2P の差 $|L_1 - L_2|$ が波長 λ の整数倍のとき，明線となる。一方，S_1，S_2 から出た光の位相がスクリーン上で $\boxed{(4)}$ だけずれて打ち消し合うと暗線となる。L_1 は L，x，d を用いて，$L_1 = L \times \boxed{(5)}$ と求めら

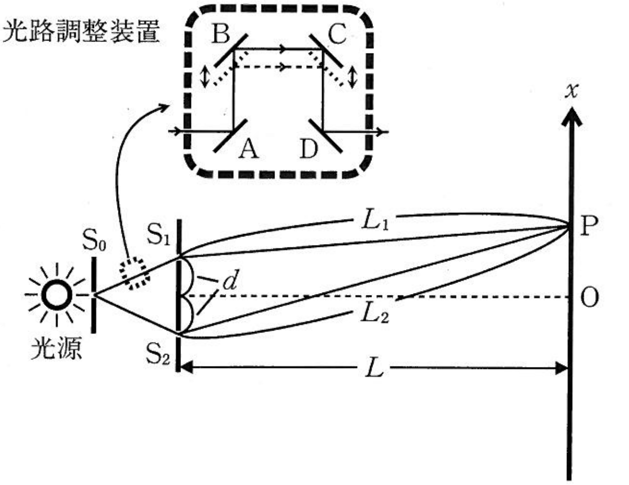

図2

れる。このとき，$d \ll L$，$x \ll L$ ならば，近似式 $(1+\varepsilon)^{\alpha} \fallingdotseq 1+\alpha\varepsilon\ (|\varepsilon| \ll 1)$ を用いると，$L_1 \fallingdotseq$ $\boxed{(6)}$ と書ける。L_2 も同様に求めることができる。したがって，点Pに暗線ができるのは，$m=0, \pm1, \pm2, \cdots$ を用いると，$x=$ $\boxed{(7)}$ のときである。

つぎに，光路 S_0S_1 の途中に光路調整装置をセットした（図2の点線部分）。この装置は，図2のように，4つの鏡A，B，C，Dで構成されている。鏡A，Dは固定されており光路 S_0S_1 上にあり，光路AB，CDは平行である。鏡B，Cは，同じ台に取り付けられており，光路AB，CDの長さを等しく保ちながら，光路AB，CD方向に平行移動できるようになっている。光の波長が λ のとき，鏡B，Cの位置を調整したところ，点Oに明線ができた。その後，鏡B，Cを鏡A，Dから ΔL だけ遠ざけたところ，明暗の縞が x 軸の $\boxed{(8)}$ の方向に，H だけ移動した。このとき，H は ΔL を用いて，$\boxed{(9)}$ と表される。鏡B，Cの位置を調整して，点Oに暗線ができた。ここで，鏡A，Dを取り外して光を直進させたところ，明線の位置と暗線の位置が入れ替わった。このことから，光路ABの長さは，n を正の整数として，λ を用いて $\boxed{(10)}$ と表される。

光の波長 $\lambda = 0.72\,\mu\mathrm{m}\ (1\,\mu\mathrm{m} = 10^{-6}\,\mathrm{m})$，スリットの間隔 $2d = 0.30\,\mathrm{mm}$，$L = 2.0\,\mathrm{m}$ のとき，光路調整装置をセットして，鏡B，Cの位置を調整して点Oに明線ができた。その後，鏡B，Cを鏡A，Dに近づけたところ，点Oの明線がちょうど隣の明

線の位置まで移動した。このとき，鏡 B，C の移動した距離を計算すると，有効数字 2 桁で $\boxed{(11)}$ m となる。物体に鏡を取り付けて反射光の干渉現象を利用すると，物体の非常に小さな動きを測ることができる。