2012年度入学試験問題

物　　理

(試験時間　13：15〜14：45　90分)

1．この問題は，入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙は，記述解答用紙とマーク解答用紙の2種類がありますので注意してください。

3．解答は，必ず解答欄に記入してください。なお，解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。特に，マーク解答用紙には鉛筆のあとや消しくずを残さないでください。また，折りまげたり，汚したりしないでください。記述解答用紙の下敷きにマーク解答用紙を使用することは絶対にさけてください。

5．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入してください。

6．マーク解答用紙の受験番号および受験番号のマーク記入は，コンピュータ処理上非常に重要なので，誤記のないよう特に注意してください。

141－NQ－P

Ⅰ　次の文章の空欄にあてはまる数式または文章を解答群の中から選び，マークシートの所定の場所にマークしなさい。(34 点)

図１のように，物体１と物体Ａ，Ｂが摩擦のない水平な床の上に１直線上にあり，２つの物体ＡとＢはばねでつながれている。物体１，Ａ，Ｂの運動は１直線上のみで行われる。物体１の質量を m_1，ＡとＢの質量をともに m_2 とし，ばねそのものの質量は無視できるものとする。

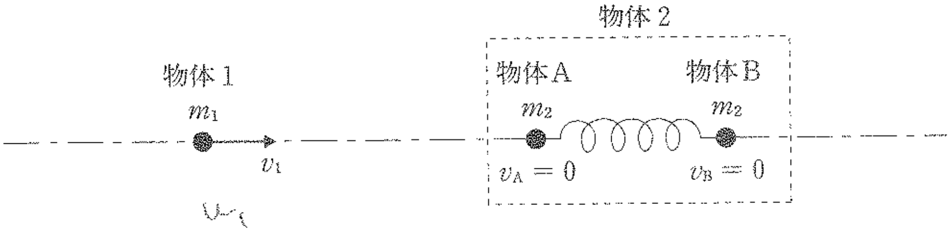

図１

初め物体１は図１のように右方向に一定速度 v_1 で動いている。速度は右向きを正とする。物体ＡとＢはばねの自然な長さでつながれて静止している（Ａ，Ｂの速度 v_A，v_B が０）とする。このとき３つの物体全体の運動量 P は $P = \boxed{\ (1)\ }$ である。

まもなく物体１は物体Ａに衝突する。この衝突は瞬間的であるとしよう。衝突直後の物体１，Ａ，Ｂのそれぞれの速度を w_1，w_A，w_B とおく。２つの物体ＡとＢはばねで結ばれているだけなので，物体Ｂの衝突直後の速度 w_B は０である。したがって衝突直後の３つの物体全体の運動量 P' は，$P' = \boxed{\ (2)\ }$ である。これら３つの物体にはそれ以外から力がはたらいていないので，衝突前後で運動量は保存し，$P' = P$ である。このことから v_1 は，

$$v_1 = \boxed{\ (3)\ }$$

と表される。

物体１と物体Ａの衝突の反発係数を e としよう。反発係数の定義を用いて e を２

つの物体の衝突前後の速度で表すと，

$$e = \boxed{\quad (4) \quad}$$

である。ここで物体１と物体Ａとは完全弾性衝突をするとしよう。このとき，v_1 は

$$v_1 = \boxed{\quad (5) \quad}$$

と表される。すると，w_1 と w_A は v_1，m_1，m_2 で表され，

$$w_1 = \boxed{\quad (6) \quad}, \quad w_A = \boxed{\quad (7) \quad}$$

となる。特に，$m_1 = m_2$ の場合には，$w_1 = \boxed{\quad (8) \quad}$，$w_A = \boxed{\quad (9) \quad}$ である。

衝突後には，物体ＡとＢはその間の距離がばねによって伸び縮みしながら，全体としては右方向に移動する。この全体としての運動は２つの物体ＡとＢの重心に全ての質量が集中しているかのように行われ，これを重心運動という。そこで，２つの物体ＡとＢを全体として物体２とよぶことにする（図１）と，この重心運動は物体２の運動とみなすことができる。ただし，ここでは簡単のために，物体Ａが物体１との衝突後に再び物体１と衝突する場合は考えない。

衝突後の物体２の速度を w_2 とすると，その衝突後の運動量 $P_2 = 2m_2w_2$ は衝突直後の物体ＡとＢの運動量の和に等しい。このことと，$w_B = 0$ と(7)の結果から w_2 は，$w_2 = \boxed{\quad (10) \quad}$ と表される。

物体１と物体２の実効的な反発係数を $e' = \dfrac{w_2 - w_1}{v_1 - v_2}$ で定義する。上の結果から e' を求めてみよう。衝突前の物体２は静止しているので，その速度は $v_2 = 0$ である。したがって，e' を m_1，m_2 で表すと，$e' = \boxed{\quad (11) \quad}$ となる。明らかに $e' < 1$ であり，物体１と物体２の衝突は実効的に非弾性衝突とみなされる。物体１と物体Ａの衝突が完全弾性衝突だったのに，物体１と物体２の衝突が非弾性衝突になった理由は $\boxed{\quad (12) \quad}$ ためである。

[解　答　群]

(1)に対するもの

(a)　0　(b)　$\frac{1}{2}m_1v_1$　(c)　$\frac{1}{2}m_1v_1^2$

(d)　$m_1v_1^2$　(e)　$2m_1v_1$　(f)　m_1v_1

(2)に対するもの

(a)　0　(b)　$m_1w_1 - m_2w_A$　(c)　m_2w_A

(d)　$\frac{1}{2}m_1w_1^2 + \frac{1}{2}m_2w_A^2$　(e)　$m_1w_1 + m_2w_A$　(f)　m_1w_1

(3)に対するもの

(a)　$w_1 + \frac{m_2}{m_1}w_A$　(b)　$w_1 - \frac{m_1}{m_2}w_A$　(c)　$w_1 - \frac{m_2}{m_1}w_A$

(d)　$w_1 + \frac{m_1}{m_2}w_A$　(e)　$\sqrt{w_1^2 + \frac{m_2}{m_1}w_A^2}$　(f)　$w_A + \frac{m_2}{m_1}w_1$

(4)に対するもの

(a)　$\frac{v_1}{w_A - w_1}$　(b)　$\frac{w_1 - w_A}{v_1}$　(c)　$\frac{w_A^2 - w_1^2}{v_1^2}$

(d)　$\frac{v_1}{w_A + w_1}$　(e)　$\frac{w_A - w_1}{v_1}$　(f)　$\frac{w_1 + w_A}{v_1}$

(5)に対するもの

(a)　0　(b)　$w_A - w_1$　(c)　$w_1 - w_A$

(d)　w_A　(e)　$-w_A$　(f)　w_1

(6), (7), (10)に対するもの

(a)　$\frac{m_1 + m_2}{m_1 - m_2}v_1$　(b)　$\frac{2m_2}{m_1 + m_2}v_1$　(c)　$\frac{2m_1}{m_1 - m_2}v_1$

(d)　$\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}v_1$　(e)　$\frac{m_1}{m_1 + m_2}v_1$　(f)　$\frac{2m_1}{m_1 + m_2}v_1$

(8), (9)に対するもの

(a) 0　(b) $\frac{1}{2}v_1$　(c) v_1

(d) v_1^2　(e) $-\frac{1}{2}v_1$　(f) $-v_1$

(11)に対するもの

(a) $\frac{m_1}{m_1+m_2}$　(b) $\frac{m_2}{m_1+m_2}$　(c) $\frac{2m_1}{m_1+m_2}$

(d) $\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}$　(e) $\frac{2m_2}{m_1+m_2}$　(f) $\frac{m_1+m_2}{m_1-m_2}$

(12)に対するもの

(a) エネルギー保存則が衝突の前後で成り立たない

(b) 衝突前のエネルギーがすべて物体AとBの運動エネルギーに変わった

(c) 衝突前のエネルギーがすべてばねの弾性力による位置エネルギーに変わった

(d) 衝突前のエネルギーの一部がばねの弾性力による位置エネルギーに変わった

(e) 衝突前のエネルギーが物体Bだけに移った

(f) 衝突前のエネルギーが物体1だけに残った

II　次の文章の空欄(1)から(9)および(11)にあてはまる数式，空欄(10)にあてはまる文章を記述解答用紙の所定の場所に記入しなさい。(33点)

図1のように，面積 S の金属板で作った平行板コンデンサーの極板Aにばね定数 k のばねを取り付ける。極板Bは動かないように固定する。ばねの長さが自然長のとき，コンデンサーの極板間距離は d である。極板間の誘電率は ε，極板Aの質量は m であるとする。このコンデンサーに電圧 V の直流電源とスイッチを接続する。なお，以下では摩擦の効果は考えない。

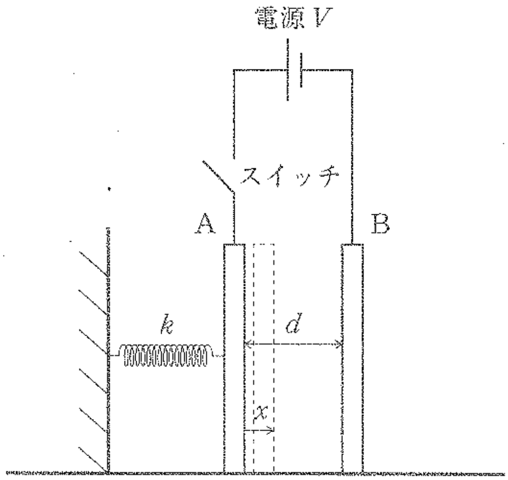

図1

はじめに，極板間距離を d にして，極板Aを固定する。このときのコンデンサーの電気容量を C_0 と書くと，$C_0 =$ $\boxed{\ (1)\ }$ である。極板Aを固定したまま，スイッチを閉じてコンデンサーを充電し，十分時間が経ったあとにスイッチを開く。コンデンサーにたまった電荷 $Q(>0)$ を電気容量 C_0 や電源電圧 V などで表すと $Q =$ $\boxed{\ (2)\ }$ である。コンデンサーの静電エネルギー U_0 は，Q や C_0 などで表すと $U_0 =$ $\boxed{\ (3)\ }$ である。このとき，極板Aに $+Q$ の電荷，極板Bに $-Q$ の電荷が生じるから，極板間に引力がはたらき，極板Aは極板Bの向きに力 f を受ける。

次に，極板間距離が d のときの極板Aの位置を x 軸の原点，右向きを x 軸の正の

向きとして，この力 f を求めてみよう。そのために，スイッチを開いたまま，極板Bに向かってゆっくりと極板Aの位置を x だけ動かすとどのような変化が起こるか調べよう。極板Aの移動は力 f の方向であるから，この力は正の仕事をする。この仕事を W とする。一方，極板Aが x の位置にあるときのコンデンサーの電気容量は，C_0 の $\boxed{\quad(4)\quad}$ 倍である。これから，極板Aがこの位置にきたときのコンデンサーの静電エネルギー $U(x)$ は $U(x) = U_0 \times \boxed{\quad(5)\quad}$ になることがわかる。極板Aの移動による静電エネルギーの変化 $\Delta U = U(x) - U_0$ は，U_0 や x などを使って表すと，$\Delta U = \boxed{\quad(6)\quad}$ である。静電エネルギーの変化 ΔU と力 f がした仕事 W の間には，$W = -\Delta U$ の関係が成り立つ。このことから，力 f を求めると $f = \boxed{\quad(7)\quad}$ となる。一方，ばねはこのとき x だけ伸びているから，ばねによる力 g が極板Aにはたらく。極板Aにはたらくこれら2つの力の合力 $f+g$ を U_0，d，x などで表すと $f+g = \boxed{\quad(8)\quad}$ となる。$f+g=0$ となる極板Aのつりあいの位置 x_s は，U_0 などを使って表すと $x_s = \boxed{\quad(9)\quad}$ である。

以上のことから，スイッチを開いたままで，極板Aを $x=0$ の位置で静かにはなすと，極板Aは $\boxed{\quad(10)\quad}$ することがわかる。この運動の角振動数 ω は $\omega = \boxed{\quad(11)\quad}$ と表せる。

III　次の文章の空欄にあてはまる数式または数値をそれぞれ記述解答用紙の所定の場所に記入しなさい。(33点)

私たちは日常的には空気の重さを感じないが，気圧がその現れに他ならない。すると，上空に行くに従って気圧は低くなるはずで，これは登山の経験者なら誰もが知っていることである。そこで，どの程度上空に行けば気圧が半減するかを考えてみよう。

空気の流れ（風）はなく，温度も一定であるとしよう。図1のように，地表から鉛直上方に x 軸をとり，地表を $x = 0\,\mathrm{m}$ とする。地表から鉛直上方に断面積 $S\,[\mathrm{m^2}]$ の気柱を想定し，気柱の高さ $x\,[\mathrm{m}]$ と $x + \Delta x$ の間に厚さ Δx，断面積 S の薄い部分ABCDを考える。その下の面ABでの気圧を $p\,[\mathrm{Pa = N/m^2}]$，上の面CDでの気圧を $p + \Delta p$ として，この薄い部分ABCDに上下方向からはたらく力を考えてみよう。ただし，上向きの力を正とする。下面ABにはたらく力は $\boxed{\quad(1)\quad}$ [N] であり，上面CDにはたらく力は $\boxed{\quad(2)\quad}$ [N] である。また，部分ABCDの密度は一様だとみなしてそれを $\rho\,[\mathrm{kg/m^3}]$ とし，重力加速度を $g\,[\mathrm{m/s^2}]$ とすると，部分ABCDには重力 $\boxed{\quad(3)\quad}$ [N] がはたらく。結局，この薄い部分ABCDにはたらく力のつり合いの式

$$\boxed{\quad(4)\quad} = 0$$

が成り立ち，圧力の増分は $\Delta p = \boxed{\quad(5)\quad}$ [Pa] となる。

ここで，空気を単一の分子からなるとし，その1モル (mol) の体積と質量を，それぞれ，$V\,[\mathrm{m^3/mol}]$，$M\,[\mathrm{kg/mol}]$ とすると，その密度は $\rho = \boxed{\quad(6)\quad}$ $[\mathrm{kg/m^3}]$ である。さらに，空気を理想気体とみなし，その絶対温度を $T\,[\mathrm{K}]$，気圧を $p\,[\mathrm{Pa}]$，気体定数を $R\,[\mathrm{J/(mol \cdot K)}]$ として体積 V を消去すると，密度は $\rho = \boxed{\quad(7)\quad}$ $[\mathrm{kg/m^3}]$ である。この結果を(5)に代入して整理すると，

$$\frac{\Delta p}{p} = \boxed{\quad(8)\quad}$$

が得られる。これより，上に行くに従って気圧が減少することがわかる。

いま，上で考えた薄い部分が図2のように地表から次々に積み重なっているとしてみよう。$(n-1)$ 個の層が重なっているときの高さは $x_{n-1} = (n-1)\Delta x$ であり，そこでの気圧を p_{n-1} としよう。すると，高さ $x_n = n\Delta x$ での気圧 p_n は $p_n = p_{n-1} + \Delta p$

だから，(8)の左辺の分母にある p を p_{n-1} として Δp を消去すると，p_n は p_{n-1} との間に

$$p_n = \boxed{\quad (9) \quad} \ [\mathrm{Pa}]$$

という関係があることがわかる。この計算を地表から順次続けると，高さ $x_n = n\Delta x$ での気圧 p_n は，地表での気圧 p_0 を使って，

$$p_n = \boxed{\quad (10) \quad} \ [\mathrm{Pa}]$$

と表される。

最後に，地表での気圧 p_0 の半分になる高さ $H\,[\mathrm{m}]$ を求めてみよう。正確には(10)の結果を使うと計算できるが，ここでは(8)を使って近似的に計算することにしよう。すなわち，$\dfrac{\Delta p}{p} = -\dfrac{1}{2}$ とおいたときの Δx を(8)から求めて，それを H とみなすという粗い近似で計算してみるのである。空気1モル当たりの質量を $M = 29 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg/mol}$, 温度を $T = 270\,\mathrm{K}$，気体定数を $R = 8.3\,\mathrm{J/(mol \cdot K)}$，重力加速度を $g = 9.8\,\mathrm{m/s^2}$ として有効数字2桁で計算すると，$H = \boxed{\quad (11) \quad}$ m となる。

気圧が半減する高度の実測値は上で計算した値の約1.4倍である。上の数値計算で使った気温はかなり上空までの平均値に近いので，この計算で温度を上空まで一定と仮定したことが実測値との不一致の主な原因ではない。それは上の計算で使った粗い近似のためである。

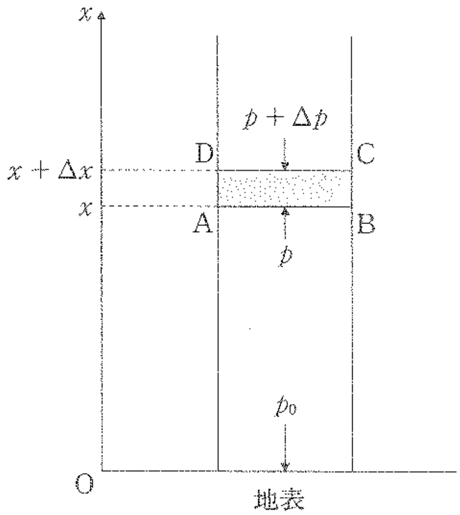

図 1

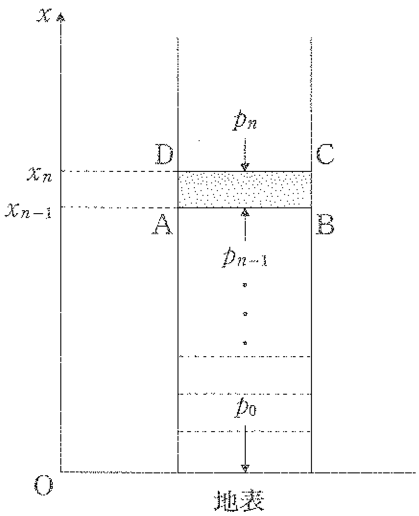

図 2