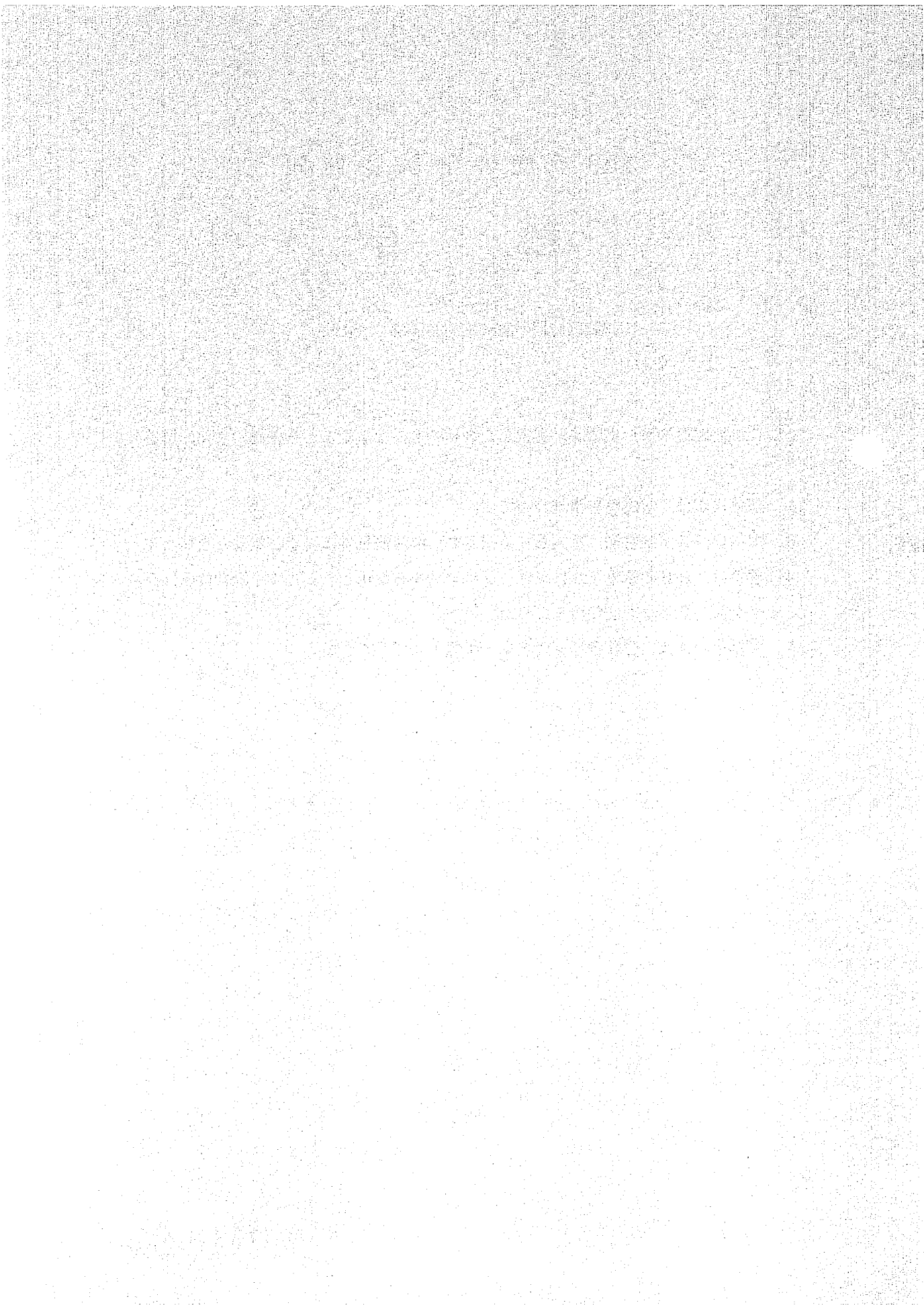


2019 年度 入学 試験 問題

数 学

(試験時間 16:35~17:35 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。解答欄以外に書くと無効となります。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。



(設問は 2 ページより始まる)

I 次のような規則で分数を並べて得られる数列を $\{a_n\}$ とする。

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{4}{2}, \frac{1}{3}, \frac{4}{3}, \frac{9}{3}, \frac{1}{4}, \frac{4}{4}, \frac{9}{4}, \frac{16}{4}, \frac{1}{5}, \frac{4}{5}, \frac{9}{5}, \frac{16}{5}, \frac{25}{5}, \frac{1}{6}, \dots$$

次の問に答えよ。(30 点)

(1) a_{20}, a_{50}, a_{200} の値をそれぞれ求めよ。

(2) $1 \leq n \leq 200$ かつ $a_n = 1$ をみたす自然数 n をすべて求めよ。

(3) $\sum_{k=1}^{50} a_k$ の値を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

II b, c, p, q, r を定数とし, 2つの2次関数 $f(x) = x^2 + bx + c$, $g(x) = px^2 + qx + r$ について, 次の i), ii) が成り立つとする。

i) $f(2) = 1, f(5) = 4$

ii) 2つの放物線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ は, 直線 $y = 1$ に関して対称である。

このとき, 次の問に答えよ。(30点)

(1) b, c, p, q, r の値をそれぞれ求めよ。

(2) 新たな関数 $h(x)$ を

$$x \leq 2 \text{ のとき } h(x) = f(x), \quad x > 2 \text{ のとき } h(x) = g(x)$$

として定める。 $y = h(x)$ のグラフをかけ。

(3) x の方程式 $h(x) = mx$ が相異なる3つの実数解 α, β, γ ($\alpha < \beta < \gamma$) をもつような, 実数 m の値の範囲を求めよ。またこのとき, β のとりうる値の範囲を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

III $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ とする。次の問に答えよ。(40 点)

(1) $y = f(x)$ の $0 \leq x \leq 2$ での増減を調べよ。

(2) n を正の整数とし、区間 $0 \leq x \leq 2$ を $2n$ 等分する。 $k = 1, 2, \dots, 2n$ とし、 k 番目の区間 $\frac{k-1}{n} \leq x \leq \frac{k}{n}$ での関数 $f(x)$ の最大値を M_k 、最小値を m_k とおく。底辺が k 番目の区間で高さが M_k の長方形の面積と、底辺が k 番目の区間で高さが m_k の長方形の面積の差を D_k とする。すなわち $D_k = \frac{1}{n}(M_k - m_k)$ である。このとき $\sum_{k=1}^{2n} D_k$ を n を用いて表せ。

(3) $\sum_{k=1}^{2n} D_k \leq \frac{1}{100}$ となるための n の条件を求めよ。

(以下計算用紙)

