

# 2015 年度 入学 試験 問題

## 数 学

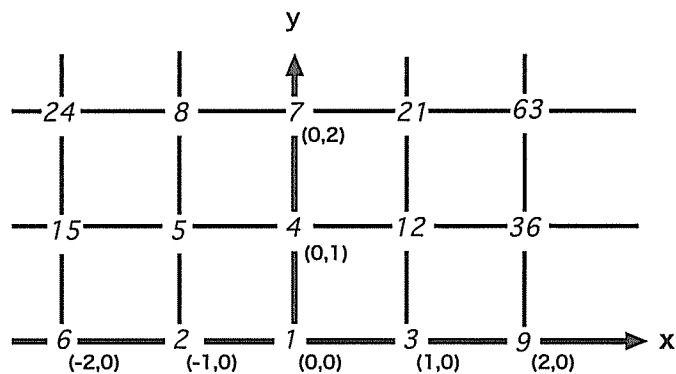
(試験時間 16:25~17:25 60分)

1. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
2. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
3. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
4. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I  $xy$  平面上の点  $(x, y)$  で,  $x, y$  がともに整数であるものを格子点と呼ぶ。  $y \geq 0$  である格子点  $(x, y)$  に対し,  $Q(x, y)$  の値を

$$Q(x, y) = \begin{cases} 3^x (3y + 1) & x \geq 0 \\ 3^{-x-1} (3y + 2) & x < 0 \end{cases}$$

と定める (下図参照)。このとき, 以下の設問に答えよ。(25 点)



- (i)  $Q(4, 3)$  および  $Q(-4, 3)$  の値を求めよ。
- (ii)  $Q(x, y) = 2015$  となるような格子点  $(x, y)$  の座標を求めよ。
- (iii)  $Q(x, y) = 1377$  となるような格子点  $(x, y)$  の座標を求めよ。

**II** 1 辺の長さ 1 の正四面体 ABCD に対し、辺 AD の中点を M、辺 AC の中点を N とする。このとき、以下の設問に答えよ。(25 点)

(i) 正四面体 ABCD の体積を求めよ。

(ii) 2 つの線分 BN と BM のなす角  $\angle MBN$  に対し、 $\cos \angle MBN$  の値を求めよ。

**III**  $a$  を定数とする。曲線  $C : y = x^3 + 2x^2 + ax$  と  $x$  軸は相異なる 3 点で交わっており、この交点における接線の中で 2 本が平行である。このとき、以下の設問に答えよ。(25 点)

- (i) 曲線  $C$  と  $x$  軸との交点の  $x$  座標を  $\alpha, \beta, \gamma$  とする。 $\alpha + \beta + \gamma$  の値を求めよ。  
また、 $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$  の値を  $a$  を用いて表せ。
- (ii)  $a$  の値を求めよ。

**IV** 袋の中に赤玉 2 個, 白玉 2 個, 計 4 個の玉が入っている。この袋から 2 個の玉を同時に取り出し, 代わりに赤玉 2 個を入れる操作を繰り返す。このとき, 以下の設問に答えよ。(25 点)

- (i) 1 回目の操作の後, 「袋の中の赤玉が 3 個である」確率を求めよ。
- (ii)  $k$  回目の操作の後, 「袋の中の赤玉が初めて 3 個になる」確率を求めよ。
- (iii)  $n$  回目の操作の後, 「袋の中の赤玉が 3 個である」確率を求めよ。