

2020年度入学試験問題

数 学

(試験時間 16:35～17:35 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。解答欄以外に書くと無効となります。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

(設問は 2 ページより始まる)

I 数列 $\{a_n\}$ を漸化式

$$a_1 = \frac{1}{2}, \quad a_n = \frac{3a_{n-1} + 5}{a_{n-1} + 3}$$

によって定める。次の問いに答えよ。(30点)

(1) a_2, a_3, a_4 を求めよ。答えは既約分数で記すこと。

(2) 方程式 $x = \frac{3x+5}{x+3}$ を解け。

以下では、(2)の解のうち、大きい方を α とする。

(3) 数学的帰納法を用いて、次の命題(*)を証明せよ。

(*) 2以上のすべての整数 n に対し、 $1 < a_n < \alpha$ である。

(4) 3以上のすべての整数 n に対し、不等式

$$|a_n - \alpha| < \frac{1}{4}|a_{n-1} - \alpha|$$

を証明せよ。

(設問は次のページにつづく)

II 次の問いに答えよ。(30点)

- (1) $a + b + c = 0$, $-4 \leq a \leq b \leq c \leq 4$ をみたす整数 a, b, c の組 (a, b, c) をすべて挙げよ。

以下では, -4 から 4 までの整数が書かれた 9 枚の札があるとする。答えは既約分数で記すこと。

- (2) 札を 1 枚取り, 書かれた数を見てもとに戻すという試行を 3 回繰り返す。1 回目の数を a , 2 回目の数を b , 3 回目の数を c とするとき, $a + b + c = 0$ となる確率を求めよ。
- (3) 札を 1 枚取り, 書かれた数を見てもとに戻さないという試行を 3 回繰り返す。1 回目の数を a , 2 回目の数を b , 3 回目の数を c とするとき, 積 abc が正の偶数となる確率を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

III 関数 $f(x) = \sin^3 x - 9 \sin x + \frac{3}{2} \cos 2x + a$ について次の問いに答えよ。ただし、 a は定数を表す。(40 点)

- (1) $t = \sin x$ とおいたとき、 $f(x)$ を t の式で表せ。
- (2) $f(x)$ の最大値と最小値を求めよ。
- (3) $|f(x)|$ の最大値と最小値を求めよ。

(以下計算用紙)

