2018 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

（試験時間　14：50～15：50　60 分）

1．この問題冊子が，出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙は，記述解答用紙のみです。

3．解答は，必ず解答欄に記入してください。解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。

5．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入してください。

150－SQ－M

I　2 つの袋 A と B があり，A には白玉 3 個と赤玉 2 個が，B には白玉 4 個と赤玉 6 個が入っている。以下の問に答えよ。(30 点)

(1) 袋 A と B からそれぞれ 1 個の玉を取り出して，A から取り出した玉は B に入れ，B から取り出した玉は A に入れる。このとき，次の問に答えよ。

(a) 袋 A と B のどちらからも白玉が取り出される確率を求めよ。

(b) 袋 A の中の白玉と赤玉の個数が変わらない確率を求めよ。

(2) 袋 A と B からそれぞれ 2 個の玉を取り出して，A から取り出した玉は B に入れ，B から取り出した玉は A に入れる。このとき，どちらかの袋の中の玉が全て同色となる確率を求めよ。

(3) 1 個の公平なサイコロを投げて，$\{1,2,3,4\}$ のうちのいずれかの目が出たら袋 A から玉を 1 個取り出し，$\{5,6\}$ のうちのいずれかの目が出たら袋 B から玉を 1 個取り出す。このとき，次の問に答えよ。

(a) 白玉が取り出される確率を求めよ。

(b) 取り出した玉が白玉であったとき，それが袋 A から取り出した玉である確率を求めよ。

II 原点を O とする座標平面上に 2 点 $P(2\cos\theta,\ 2\sin\theta)$, $Q\left(\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2}\right)$ をとる。ただし，$-\pi<\theta<\pi$ であるとする。以下の問に答えよ。(35 点)

(1) ベクトル $\overrightarrow{OP}$ と $\overrightarrow{OQ}$ の内積 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ を θ を用いて表せ。

(2) 問 (1) の内積を θ の関数とみて $f(\theta)$ と表すとき，$f(\theta)$ の最大値を求めよ。

(3) 不等式 $f(\theta)\geqq 0$ を満たす θ の値の範囲を求めよ。

(4) θ が問 (3) の範囲を動くとき，関数 $y=\left(f(\theta)+1\right)^2\left(2-f(\theta)\right)$ の最大値と最小値を求めよ。また，そのときの θ の値を求めよ。

III x についての整式 $P(x) = ax^{3n} + bx^{3n-1}$ を $x^2 + x + 1$ で割った余りが $x + 3$ であるとする。ただし，a, b は実数の定数で，n は自然数の定数である。以下の問に答えよ。(35 点)

(1) 方程式 $x^3 - 1 = 0$ の解をすべて求めよ。

(2) 問 (1) の 1 以外の解の 1 つを ω と表すとき，もう 1 つの解は ω^2 であることを示せ。

(3) ω, ω^2 はともに方程式 $P(x) - x - 3 = 0$ の解であることを示せ。

(4) a, b の値を求めよ。