2012 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　　学

（試験時間　13：15〜14：15　60 分）

1．この問題は，入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙は，記述解答用紙のみです。

3．解答は，必ず解答欄に記入してください。なお，解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。

4．解答は，HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。

5．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入してください。

131－SQ－M

I　実数 A，B，C を係数とする3次方程式

$$x^3 + Ax^2 - B^2 x + C = 0$$

は3つの互いに異なる実数解 α，β，γ をもち，$\alpha\beta\gamma \neq 0$ である。このとき以下の設問に答えよ。(30点)

問1　A，B，C を用いて $\dfrac{1}{\alpha} + \dfrac{1}{\beta} + \dfrac{1}{\gamma}$ を表せ。

問2　A，B，C を用いて $\dfrac{1}{\alpha^2} + \dfrac{1}{\beta^2} + \dfrac{1}{\gamma^2}$ を表せ。

II　整数 n に対し，

$$f_n(x) = 3^n x \qquad (x > 0)$$

と定める。このとき以下の設問に答えよ。(20点)

問1　$\dfrac{1}{10} \leqq f_n(3) < \dfrac{243}{10}$ となる n をすべて求めよ。

問2　正の実数 x に対し，$\dfrac{1}{10} \leqq f_n(x) < \dfrac{243}{10}$ を満たす n の個数を $N(x)$ とする。

$N(3) + N(3.5) + N(4) + N(4.5)$ の値を求めよ。

III　正の実数 a に対し，

$$f(x) = -x^2 + 2ax + a \qquad (-1 \leqq x \leqq 1)$$

と定め，$f(x)$ の最大値を $M(a)$ とする。このとき以下の設問に答えよ。(30点)

問1　$M(a)$ を求めよ。

問2　$L(a) = M(a) - \dfrac{a^3}{3}$　$(a > 0)$ とする。$L(a)$ の最大値を求めよ。

IV　XとYの2人が，次のゲームを繰り返し行う。

- XとYそれぞれが，所持しているすべての硬貨を同時に投げる。
- 表が出た硬貨の枚数が多い方を勝ちとし，枚数が同じ場合は引き分けとする。
- 勝った方は，負けた方から硬貨を1枚もらう。また引き分けの場合は，硬貨のやりとりはしない。

ゲーム開始時に，Xは3枚，Yは2枚の硬貨を所持している。このとき以下の設問に答えよ。なお，解答の数値は分数のままでよい。(20点)

問1　1回目のゲームが終了したとき，Xの所持する硬貨が4枚になる確率を求めよ。

問2　2回目のゲームが終了したとき，Xの所持する硬貨が5枚になる確率を求めよ。