2012 年 度 入 学 試 験 問 題

数　　学

(試験時間　13：15～14：15　60 分)

1．この問題は，入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ，解答してください。

2．解答用紙は，記述解答用紙のみです。

3．解答は，必ず解答欄に記入してください。なお，解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。

4．解答は，ＨＢの鉛筆またはシャープペンシルを使用し，訂正する場合は，プラスチック製の消しゴムを使用してください。

5．解答用紙には，受験番号と氏名を必ず記入してください。

Ⅰ　等差数列 $\{a_n\}$ を

$$a_n = 1 + 3(n-1) \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

と定めるとき，以下の設問に答えよ。(20 点)

問 1　新しく数列 $\{b_n\}$ を

$$b_n = a_{2n} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

と定める。このとき $\displaystyle\sum_{n=1}^{10} b_n$ を求めよ。

問 2　自然数 k に対し，新しく数列 $\{c_n\}$ を

$$c_n = a_{kn} \qquad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

と定める。このとき

$$800 \leqq \sum_{n=1}^{10} c_n \leqq 900$$

となる k の値を求めよ。

Ⅱ　O を xy 平面の原点とする。以下の設問に答えよ。(30 点)

問 1　xy 平面上の点 A (a_1, a_2) と点 B (b_1, b_2) を考える。

$$a_1 > 0, \quad a_2 > 0, \quad b_1 > 0, \quad b_2 < 0$$

であるとき，△AOB の面積を a_1，a_2，b_1，b_2 を用いて表せ。

問 2　対数関数

$$f(x) = \log_2 x, \qquad g(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$$

に対し，xy 平面上の曲線

$$C_1 : y = f(x) \qquad (x \geqq 1)$$
$$C_2 : y = g(x) \qquad (x \geqq 1)$$

を考える。C_1 上に点 S $(s, f(s))$，C_2 上に点 T $(t, g(t))$ をとる。ただし，$s \cdot t = 8$ とする。このとき s を用いて，△SOT の面積 $H(s)$ を表せ。

問 3　問 2 の $H(s)$ に対し，$H(3)$ と $H(4)$ の大小を比較せよ。なお，計算過程も示すこと。

III　以下の設問に答えよ。(30 点)

問 1　実数 a, b および実数 x に対し，

$$F(x) = \int_{-1}^{2x+1} (at^2 + b)dt$$

と定める。このとき $F(x)$ の導関数 $\dfrac{d}{dx}F(x)$ を a, b を用いて表せ。

問 2　正の実数 x に対し，

$$G(x) = \int_{-1}^{2x+1} |\, t - x \,|\, dt$$

と定める。このとき $G(x)$ の導関数 $\dfrac{d}{dx}G(x)$ を求めよ。

IV　以下の設問に答えよ。なお解答の数値は，分数のままでよい。(20 点)

問 1　ゲーム A を

- 5 枚の硬貨を同時に投げる，
- 表が出た硬貨が 3 枚以上ある場合は得点 1，
- それ以外の場合は得点 0，

とする。このゲーム A を 3 回行うとき，合計得点が 2 以上になる確率を求めよ。

問 2　ゲーム B を

- 3 つのサイコロを同時に振る，
- 同じ目のサイコロが 2 つ以上ある場合は得点 1，
- それ以外の場合は得点 0，

とする。このゲーム B を 3 回行うとき，合計得点が 2 以上になる確率を求めよ。