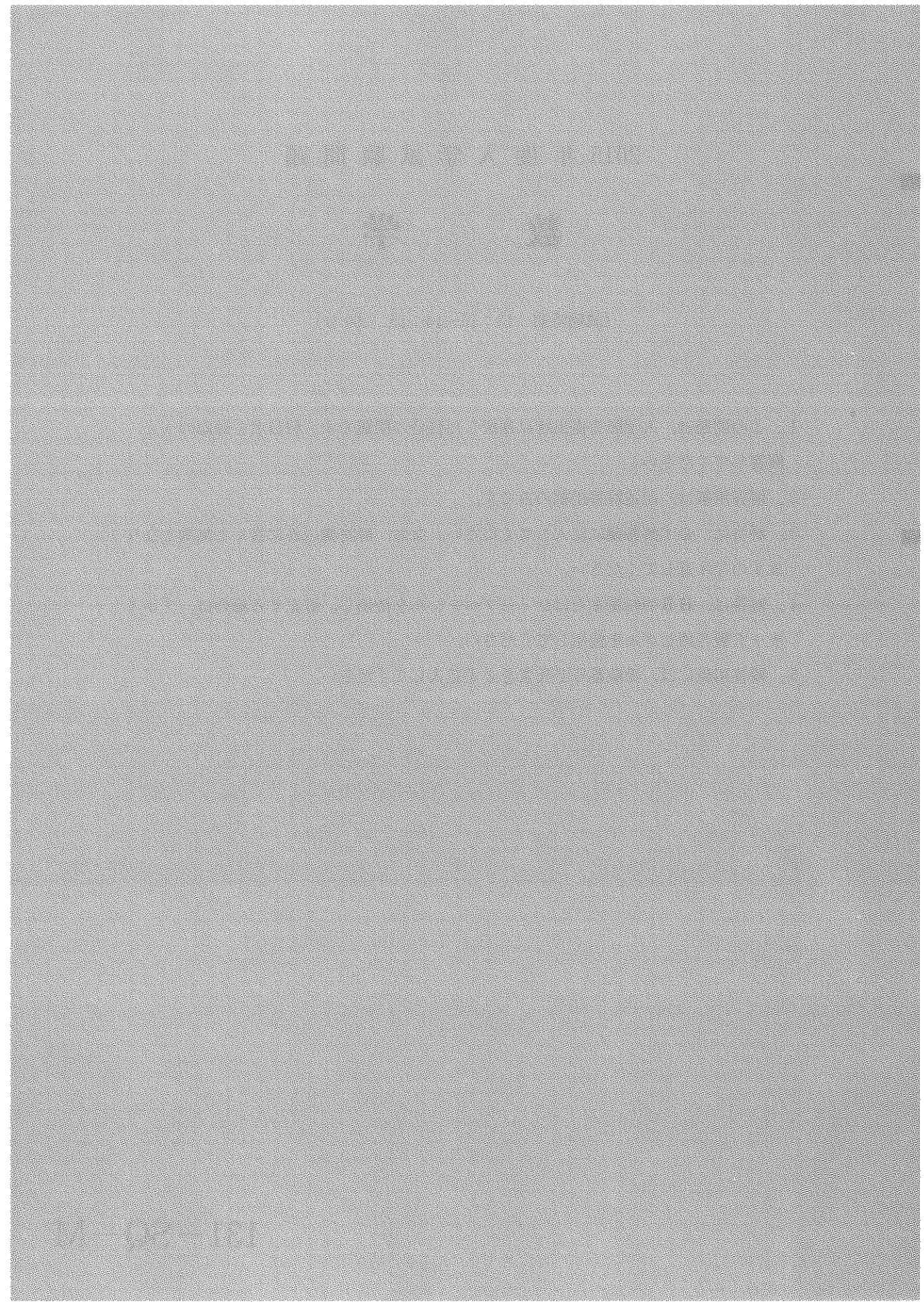


## 2015 年度 入学 試験 問題

# 数 学

(試験時間 13:15~14:15 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。



(設問は 2 ページより始まる。)

I 正の整数  $n$  に対し

$3^n$  を 5 で割ったときの余りを  $a_n$ ,

$3^n$  を 7 で割ったときの余りを  $b_n$

とする。このとき、以下の設問に答えよ。(20 点)

(i)  $a_{10}$  の値を求めよ。

(ii)  $b_{20}$  の値を求めよ。

(iii)  $\sum_{k=1}^m (a_k + b_k) \geq 300$  となる最小の正の整数  $m$  を求めよ。

(次問に続く)

(設問は次のページにつづく)

II 実数  $a, b$  に対し

$$f(a, b) = a^2 - ab + b + 1$$

とする。このとき、以下の設問に答えよ。(20点)

- (i) “すべての  $a$  に対し  $f(a, b) \geq 0$ ” となるための  $b$  の必要十分条件を求めよ。
- (ii) “ $b \geq 0$  である すべての  $b$  に対し  $f(a, b) \geq 0$ ” となるための  $a$  の必要十分条件を求めよ。
- (iii) “すべての  $b$  に対し  $f(a, b) \geq 0$ ” となるための  $a$  の必要十分条件を求めよ。

(次問に続く)

(設問は次のページにつづく)

III 曲線  $C_1: y = x^3$  を考える。点  $A(-1, -1)$  における  $C_1$  の接線  $\ell$  は、 $A$  とは異なる点  $B$  で  $C_1$  と交わっている。このとき、以下の設問に答えよ。ただし

$$\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + L \quad (L \text{ は積分定数})$$

である。(30点)

- (i) 点  $B$  の座標を求めよ。
- (ii) 実数の定数  $a, b, c$  に対し、曲線  $C_2: y = ax^2 + bx + c$  を考える。 $C_2$  が点  $A, B$  を通り、さらに  $A$  と  $B$  との間の点  $E$  ( $E \neq A, E \neq B$ ) で  $C_1$  と交わる時、 $c$  が満たす必要十分条件を求めよ。
- (iii)  $C_2$  および  $E$  は前問と同様とし、 $c$  は前問の必要十分条件を満たしている。  
“ $A, E$  の間で曲線  $C_1$  と  $C_2$  とで囲まれる領域の面積”を  $S_1$ 、“ $E, B$  の間で曲線  $C_1$  と  $C_2$  とで囲まれる領域の面積”を  $S_2$  とする。 $S_1 = S_2$  であるとき、 $c$  の値を求めよ。

(次問に続く)



(設問は次のページにつづく)

IV 「当たり」のカードが2枚、「外れ」のカードが8枚、計10枚のカードが入っている箱がある。この箱を使って、次の試行を行う。

- 試行 A : カードを1枚引き、「当たり」の有無を確認して、箱に戻す。
- 試行 B : カードを2枚引き、「当たり」の有無を確認して、箱に戻す。

$k$  を正の整数とし、試行 A を  $k$  回繰り返したとき、

「当たり」の有る試行が、少なくとも1回ある確率

を  $P(k)$  とする。一方、試行 B を  $k$  回繰り返した時に、

2枚とも「当たり」である試行が、少なくとも1回ある確率

を  $Q(k)$  とする。このとき、以下の設問に答えよ。(30点)

(i)  $P(3)$  および  $Q(2)$  を求めよ。なお、解答の数値は分数のままでよい。

(ii) 下の常用対数表を用いて、 $\log_{10} 45$  の値を小数点以下3位まで求めよ。

$n$	2	3	7	11	13
$\log_{10} n$	0.301	0.477	0.845	1.041	1.114

(iii)  $P(10)$  と  $Q(100)$  はどちらが大きいか。根拠を述べて解答せよ。なお、前問の常用対数表を利用してよい。

(以下計算用紙)

