

2014 年度 入学 試験 問題

数 学

(試験時間 13:15~14:15 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I 「整数の桁数と末尾の数字」に関する以下の設問に答えよ。ここで例えば、整数 2014 は「桁数 4 で末尾の数字が 4」である。(30 点)

(i) 整数 4^{100} の末尾の数字を求めよ。

(ii) 正の整数 p に対し、 $n = 2014^p$ とおく。このとき、 n が「桁数 20 以下で、末尾の数字が 4」となるような p をすべて求めよ。なお $2014 = 2 \cdot 19 \cdot 53$ と素因数分解される。また常用対数の値は

$$\log_{10} 2 = 0.30, \quad \log_{10} 19 = 1.28, \quad \log_{10} 53 = 1.72$$

として計算せよ。

(次問に続く)

(設問は次ページに続く。)

II $a > 0$ および $b > 0$ を係数とする 2 次関数 $f(x)$ を $f(x) = ax^2 - bx + 1$ と定める。
 $y = f(x)$ のグラフが 直線 $y = x$ に接しており、この接点の x 座標を c とする。以下の設問に答えよ。(30 点)

(i) b を用いて、 a を表せ。

(ii) b を用いて、 $f(c)$ の値を表せ。

(iii) $b + f(c)$ の最小値とそのときの b の値を求めよ。

(次問に続く)

(設問は次ページに続く。)

III 座標平面上の 3 点 $A(1, 2)$, $B(2, 3)$, $C(6, 10)$ に関する以下の設問に答えよ。(20 点)

(i) 座標平面上の点 $D(s, t)$ に対し,

$$\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0}$$

となるとき, s, t の値を求めよ。

(ii) 座標平面上の動点 $P(x, y)$ に対し,

$$|\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC}| = 6$$

であるとき, x, y の関係式を求め, それを座標平面上に図示せよ。

(次問に続く)

(設問は次ページに続く。)

IV 大小 2 つのサイコロを同時に投げ、出た目をそれぞれ a, b とする。いま $2a + b = X$, $10a + b = Y$ とするとき、以下の設問に答えよ。なお、解答の数値は分数のままでよい。
(20 点)

- (i) X が 8 の倍数となる確率を求めよ。
- (ii) Y が 8 の倍数となる確率を求めよ。
- (iii) $Y \geq 34$ となる確率を求めよ。

(以上)