

2013 年度 入学 試験 問題

数 学

(試験時間 13:15~14:15 60分)

1. この問題は、入学願書提出時に選択した科目の問題です。科目名を確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。なお、解答欄以外に書くと無効となりますので注意してください。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。

I いずれも 0 でない整数の組  $(m, n)$  は、次の条件を満たしている。

$$(*) \quad \frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{11}, \quad m \leq n$$

この条件  $(*)$  を満たす  $(m, n)$  をすべて求めよ。ただし  $m$  は正とは限らない。 (20 点)

II 二等辺三角形  $ABC$  に対して、辺  $BC$  の長さを  $a$ 、辺  $CA$  及び辺  $AB$  の長さを  $b$  とする。中心  $O$ 、半径  $r$  の円が  $\triangle ABC$  に外接しているとき、以下の設問に答えよ。 (30 点)

問 1  $\cos \angle ABC$  の値を  $a, b$  を用いて表せ。

問 2 半径  $r$  の値を  $a, b$  を用いて表せ。

問 3 ベクトル  $\overrightarrow{AO}$ ,  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  に対し、ある実数  $x, y$  があり

$$\overrightarrow{AO} = x \overrightarrow{AB} + y \overrightarrow{AC}$$

と表される。このとき  $x, y$  の値を  $a, b$  を用いて表せ。

III  $0 < a < 1$  である定数  $a$  に対し、関数  $f(x)$  を

$$f(x) = x^2 - 1 + 2a - a^2$$

とおく。このとき以下の設問に答えよ。 (30 点)

問 1  $f(x) < 0$  となる  $x$  の範囲を求めよ。

問 2 次の定積分の値  $S$  を  $a$  を用いて表せ。

$$S = \int_{-1}^1 |f(x)| dx$$

問 3 問 2 の  $S$  を考える。  $a$  が  $0 < a < 1$  の範囲を動くとき  $S$  の最小値を求めよ。

**IV** 1 から 10 までの数字が 1 つずつ書かれたカード 10 枚の入っている箱がある。

- この箱から 1 枚のカードを取り出し、数字を調べてからもとに戻すことを 3 回繰り返す。
- 1 回目に取り出したカードの数字を  $a$ , 2 回目のカードの数字を  $b$ , 3 回目のカードの数字を  $c$  とする。

こうして得られる数字  $a, b, c$  の最小値を  $X$ , 最大値を  $Y$  とおく。このとき以下の設問に答えよ。なお、解答の数値は分数のままでよい。(20 点)

問 1  $X = 6$  となる確率を求めよ。

問 2  $X = 1$  かつ  $Y = 3$  となる確率を求めよ。

