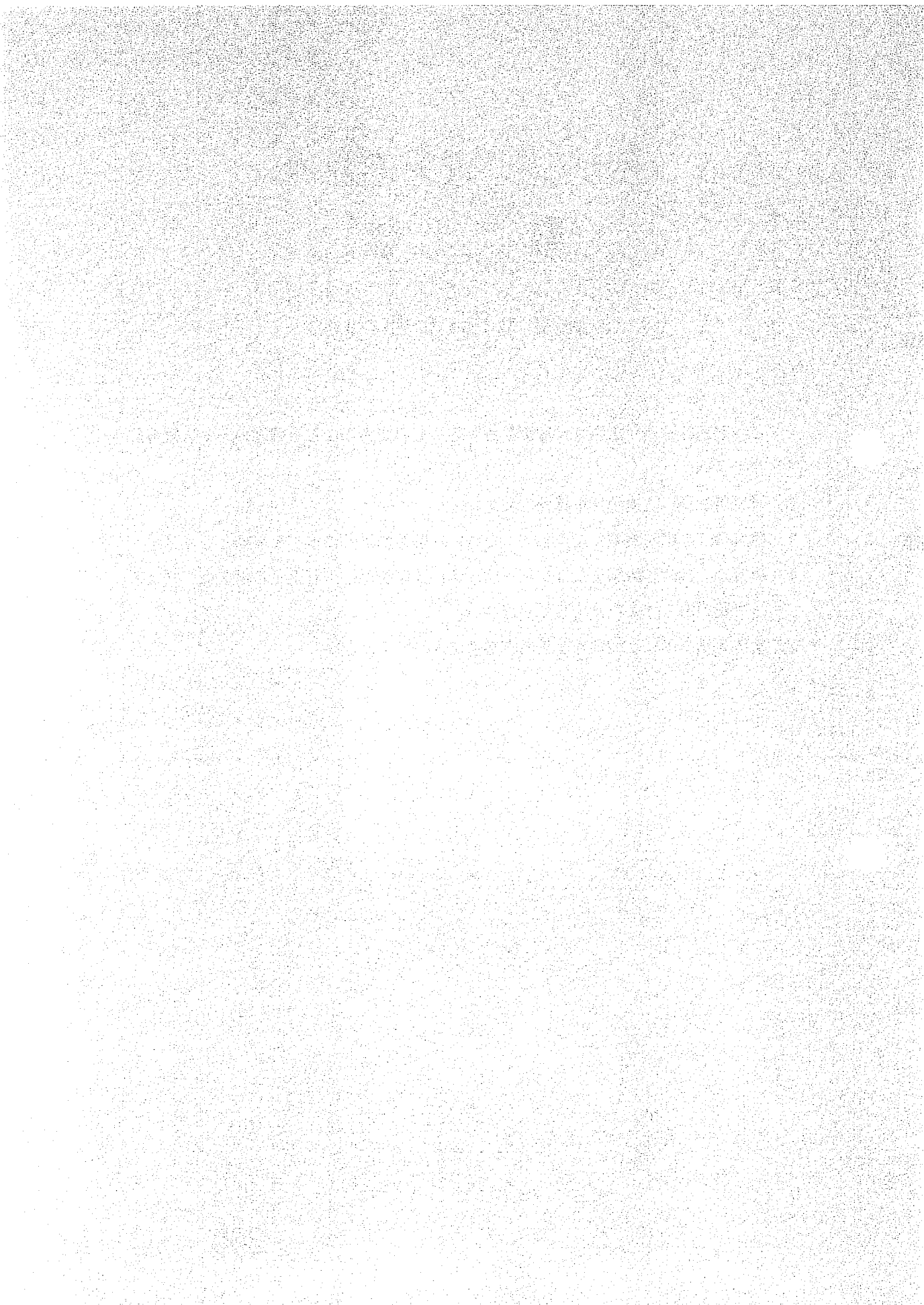


2019 年度 入学 試験 問題

数 学

(試験時間 16:25~17:25 60分)

1. この問題冊子が、出願時に選択した科目のものであることを確認のうえ、解答してください。
2. 解答用紙は、記述解答用紙のみです。
3. 解答は、必ず解答欄に記入してください。解答欄以外に書くと無効となります。
4. 解答は、HBの鉛筆またはシャープペンシルを使用し、訂正する場合は、プラスチック製の消しゴムを使用してください。
5. 解答用紙には、受験番号と氏名を必ず記入してください。



(設問は2ページより始まる)

I $U = \{x \mid x \text{ は } 1000 \text{ より小さい自然数}\}$ を全体集合とし、その部分集合 A , B を次のように定める。

$$A = \{x \mid x \text{ は } 6 \text{ で割ると } 5 \text{ 余る数}\}$$

$$B = \{x \mid x \text{ は } 8 \text{ で割ると } 7 \text{ 余る数}\}$$

このとき、以下の問いに答えよ。答は結果のみ解答欄に記入せよ。(20点)

- (1) A , B の要素の個数 $n(A)$, $n(B)$ をそれぞれ求めよ。
- (2) $A \cap B$ の要素の個数 $n(A \cap B)$ を求めよ。
- (3) $A \cup B$ の要素の個数 $n(A \cup B)$ を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

II 放物線 $C: y = x^2 - 3ax + 2a$ と直線 $\ell: y = ax$ がある。このとき、以下の問いに答えよ。ただし、 a は定数とする。(20 点)

- (1) 放物線 C と直線 ℓ が異なる 2 点で交わるような a の値の範囲を求めよ。
- (2) 放物線 C と直線 ℓ が異なる 2 点 P, Q で交わるとき、線分 PQ の中点を R とする。 a が (1) で求めた範囲を動くとき、 R の軌跡を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

III 関数 $f(x) = x^3 - 3x + 1$ がある。このとき、以下の問いに答えよ。(30点)

- (1) 関数 $f(x)$ の極値を求めよ。
- (2) t を $t \geq -\sqrt{3}$ をみたす実数とすると、 $f(x)$ の $-\sqrt{3} \leq x \leq t$ における最大値、最小値をそれぞれ $M(t)$, $m(t)$ とおく。関数 $y = M(t)$ および $y = m(t)$ のグラフの概形を解答欄の所定の場所に描け。
- (3) $M(t)$, $m(t)$ を(2)のとおりとすると、 ty -平面上で $y = M(t)$, $y = m(t)$ および $t = 1$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(設問は次のページにつづく)

IV 1 から 12 までの数がそれぞれ 1 つずつ書かれた 12 枚のカードがある。これら 12 枚のカードから同時に 3 枚のカードを取り出し、書かれている 3 つの数を小さい順に並べ換え、 $X < Y < Z$ とする。このとき、以下の問いに答えよ。(30 点)

- (1) $3 \leq k \leq 12$ のとき、 $Z = k$ となる確率を、 k を用いて表せ。
- (2) $2 \leq k \leq 11$ のとき、 $Y = k$ となる確率を、 k を用いて表せ。
- (3) $2 \leq k \leq 11$ のとき、 $Y = k$ となる確率が最大になる k の値を求めよ。

(以下計算用紙)













