

This is Shotosha's original teaching material  
that assists in learning the number and probability of cases.

# 樹形図の森

場合の数・確率 | 27カ年網羅



松濤舎

# 1. はじめに

場合の数・確率を解く上で有効なのが、**樹形図**である。  
当教材をもとに、樹形図をマスターしてほしい。

## ◆当教材の特徴

### ①センター試験・共通テスト27カ年分を網羅

樹形図が有効な全問題に樹形図を用いた解説を掲載し、樹形図の使い方が完璧に身につく内容となっている。樹形図を描けばもはや解けたも同然な問題と、樹形図を描くことで問題が解きやすくなるという問題があるが、いずれにせよ**樹形図の描き方は身につけなければならない**。樹形図は単なる手法ではなく、問題の全体像を把握し、漏れなく数え上げるという、場合の数・確率を問題を解く際の**正しい姿勢**に繋がっているのである。

### ②共通テストの直接的な対策に

当教材を作ったわかったことは、センター試験・共通テストは、**樹形図で解きやすくなる問題の出題が8割もある**ということだ。最後まで不安が拭えない分野だが、樹形図を使った解き方を身につけることで、正答率が確実に向上する。

### ③東大・京大など、最難関大にこそ有効

最難関大ほど、必要な知識は最小限で、その場で思考できるかが試される。樹形図は、本質的であり応用性も高いため、**最難関大を受験する人ほど身につけてほしい**。数学が得意な人は、こうした基本的かつ本質的な手法を身につけているものだ。

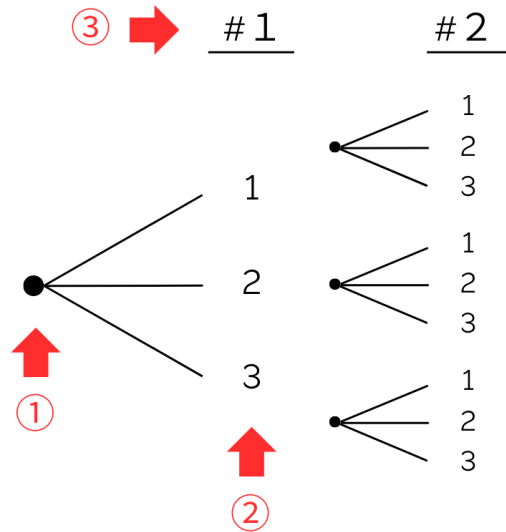
## 2. 樹形図のキホン

樹形図を作るときのポイントやルールを押さえよう。

### 1. 表記ルール

①起点を描く、②線の先に事象を書く、③試行名（「#1」「#2」）などを書く。

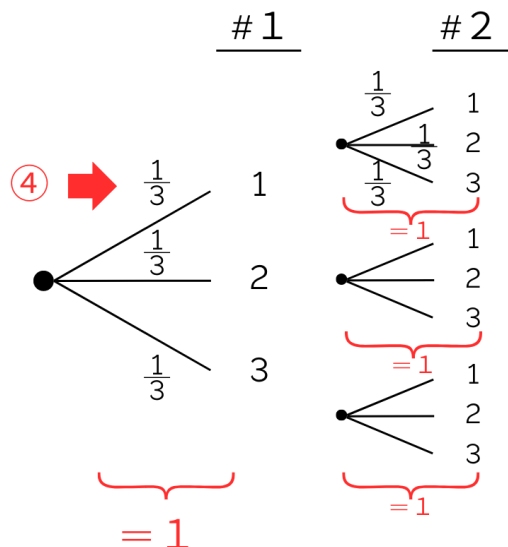
例：「3枚のカードから1枚引き、もとに戻して再度引く」の樹形図。



### 2. 確率を書き込む

確率の場合、線の途中に、確率を書く。

自分がわかれば、すべてに書く必要はない（下図でも、1/3の記入を一部省略している）

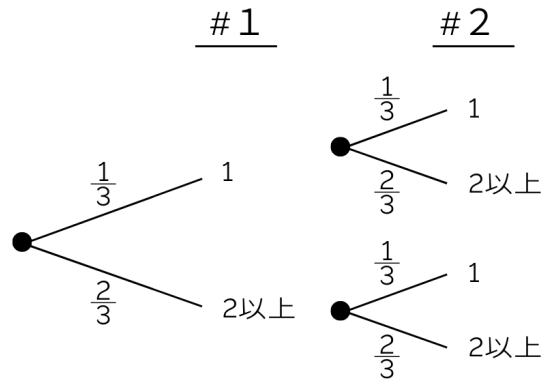


なお、1つの起点から伸びた枝の確率は合計1になっていることを必ず確認すること。

### 3. 束ねてよい

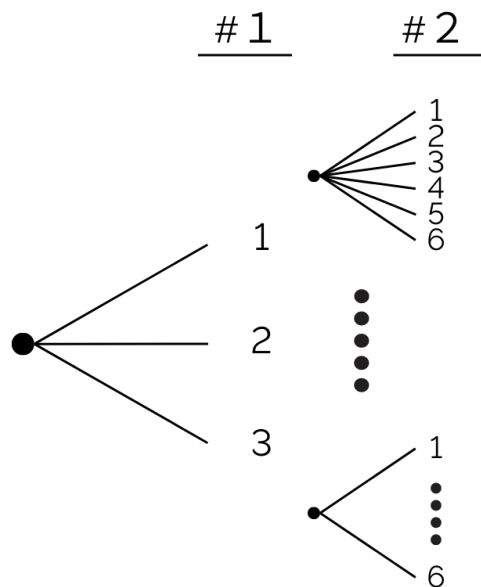
樹形図では、同等の事象を束ねることができる。

先ほどの樹形図を「1の場合」「2以上の場合」とすると、次のように束ねられる。



### 4. 適宜、省略してよい

自分がわかっているならば「・・・」などを使って省略してよい。



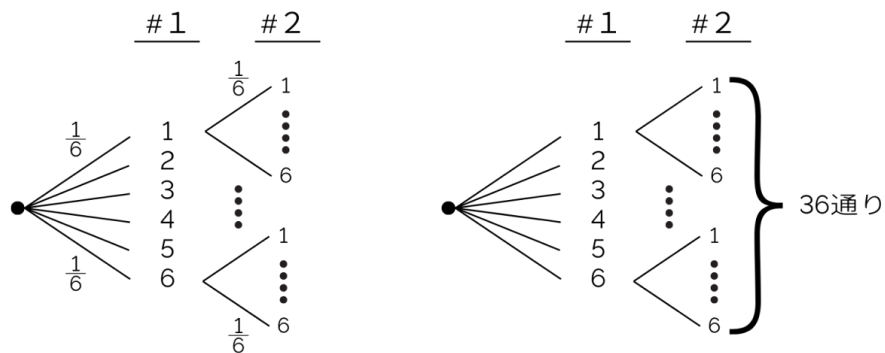
## 5. 樹形図の捉え方

例：「サイコロを2回振るとき、同じ数字が2回出る確率を求めよ」という問題について。

樹形図と捉え方として、

・「 $1/6 \times 1/6$ で起きる事象のうち、該当する事象は(1,1)~(6,6)の6通りあるので、 $1/6 \times 1/6 \times 6 = 1/6$ 」という捉え方をしてもいいし（左図）

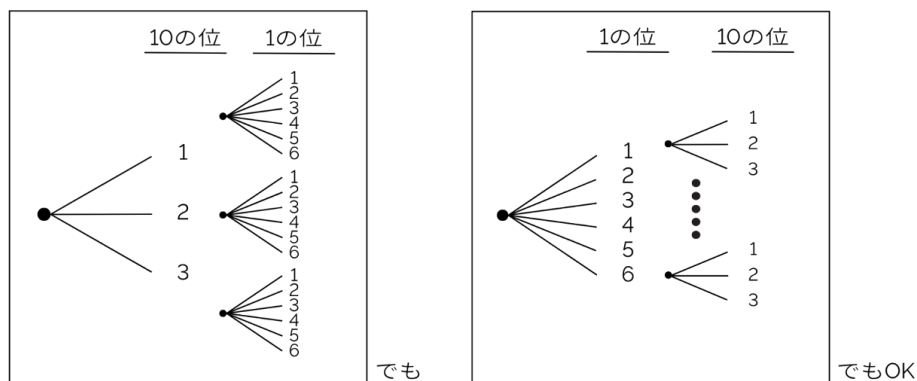
・「36通りの同様に確からしい事象において、該当する事象は(1,1)~(6,6)の6通りあるので、 $6/36 = 1/6$ 」という捉え方をしてもよい（右図）



## 6. 独立試行の場合、入れ替えてもよい

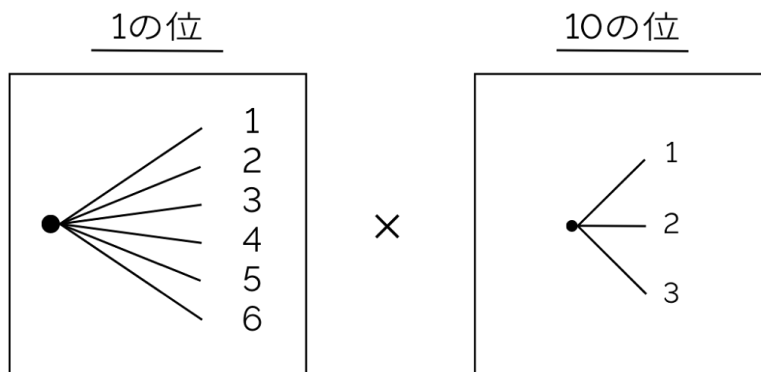
例：1~3が書かれたカードを引いて十の位、サイコロを振って出た目を一の位にする。

「カードを引く試行」と「サイコロを引く試行」は独立試行なので、カードを引いたあとサイコロを振った樹形図でも、サイコロを振ったあとカードを引いた樹形図でもよい。



## 7. 独立試行の場合、分けて考えてもいい

前述の図のように、樹形図は基本「#1の樹形図の末端に、#2の樹形図が伸びる形」で作成する。しかし、独立試行の場合、下図のようにかけ算で表してもよい。



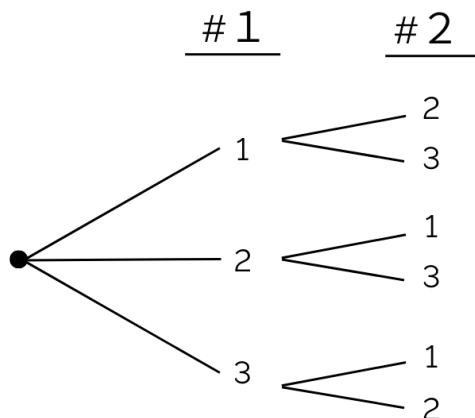
- ・メリット : 描くのがラク、各試行を独立して考えやすい
- ・デメリット : 全体像が掴みづらい

## 8. 非独立試行は地道に描くしかない

非独立試行とは、前の結果が次の結果に影響する場合である。

この場合、独立試行のように入れ替えたり、かけ算に直すことはできない。前の試行の結果から、次の試行を紐づけていくしかない。

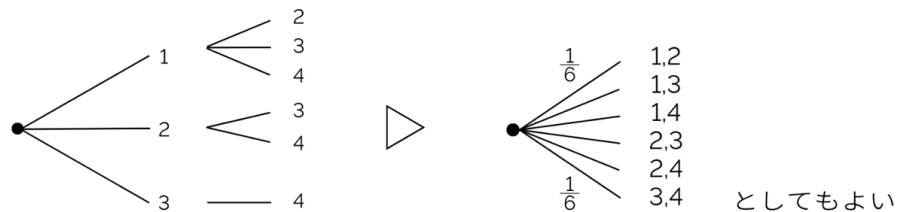
例：「1~3が書かれたカードを1枚引いたあと、元に戻さず次のカードを引く」の樹形図。



## 9. 組み合わせは、樹形図と馴染まないことが多い

樹形図が馴染まない問題もある。特に「組み合わせ」の問題では馴染まない。なぜなら、樹形図は左から順に描いていくため、順番が重要ではないかと勘違いしてしまうからだ。しかし、異なるものの組み合わせは等確率であるので、右図のように樹形図を描いて等確率な事象であることを視覚化することも有効な手段である。

例：「1~4が書かれたカードから2枚選ぶ組み合わせ」の樹形図



なお、過去問27年分のうち、樹形図が馴染まない問題は**6年分**出題されていた。

基本姿勢は「樹形図を描く」でよいが、どんな問題が樹形図に馴染まないかも、本教材を通して掴んでほしい。

## 10. 略記は決めておくとなラク

共通テストで登場する色は、赤、青、黄、緑、白あたりと相場が決まっている。漢字で書くと時間がかかるため、赤：R、青：B、黄：Y、緑：G、白：Wと決めておくとなラク。なお、黒が出ることもあるが、青と黒が同時に出る場合はBでかぶることになる。

他にも「当たり：ア、はずれ：ハ」なども予めマイルールを決めておくとなラクだろう。

### 3. 問題編

#### 1) 独立試行

独立試行とは、各試行が他の試行に影響を及ぼさないようなものを指す。  
センター試験・共通テストは過去27年のうち計18年で独立試行が出題されているため、必ずマスターしてほしい。

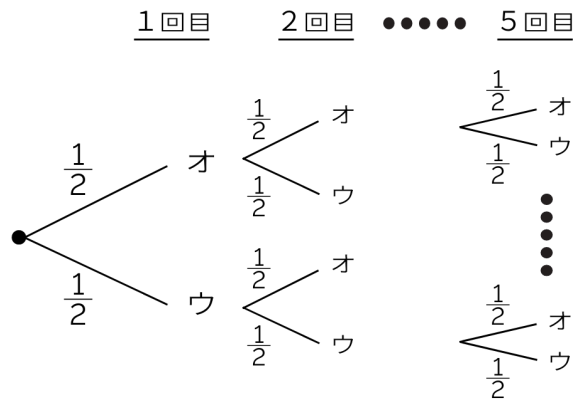
2020年(0)

Q. 次の記述は正しいか？

㊦ 1枚のコインを投げる試行を5回繰り返すとき、少なくとも1回は表が出る確率を  $p$  とすると、 $p > 0.95$  である。

〔解答〕

樹形図は以下のようになる。



#### ◆樹形図の書き方

- ・各試行では、表裏が1/2の確率で出る。
- ・「起点」「線の先に事象」「○回目」を書き込もう。多い場合は「...」で省略してよい。

すべて裏になる確率は $(1/2)^5=1/32$ なので、 $p=1-1/32=0.96875 > 0.95$

ゆえに正しい (答え)

〔コメント〕

各試行の結果は次の試行に影響を及ぼさない、つまり毎回リセットされるので、独立試行である。それを5回繰り返す問題。

基本的な問題なので、樹形図を描く必要は必ずしもないように感じるかもしれないが、樹形図を描くことで全体像がイメージでき、確信を持って答えられるようになる。



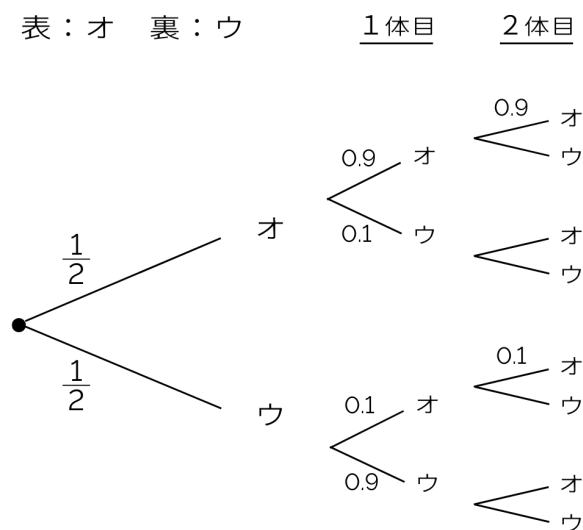
## 2020年(3)

Q. 次の記述は正しいか？

③ コインの面を見て「オモテ(表)」または「ウラ(裏)」とだけ発言するロボットが2体ある。ただし、どちらのロボットも出た面に対して正しく発言する確率が0.9、正しく発言しない確率が0.1であり、これら2体は互いに影響されることなく発言するものとする。いま、ある人が1枚のコインを投げる。出た面を見た2体が、ともに「オモテ」と発言したときに、実際に表が出ている確率を $p$ とすると、 $p \leq 0.9$ である。

### 〔解説〕

樹形図は以下のようになる。



#### ◆樹形図の書き方

- ・実際に表 or 裏である世界線を描く。それぞれ確率は1/2。
- ・各世界線に対し、1体目と2体目が正しいor 正しくない発言をする確率を書き込む。

問題文から、

- ・2体とも「表」と発言する確率を「分母」、
- ・実際に「表」である世界線で、2体とも「表」と発言する確率を「分子」、にすればいい。

樹形図から、

- ・分母： $1/2 \times 0.9 \times 0.9 + 1/2 \times 0.1 \times 0.1 = 0.82/2$
- ・分子： $1/2 \times 0.9 \times 0.9 = 0.81/2$

よって、 $(0.81/2) / (0.82/2) = 81/82 = 0.98... > 0.9$  ゆえに誤り (答え)

### 〔コメント〕

正しく発言する/しない問題の出題は近年多い。コロナのPCR検査に絡めて、偽陰性/偽陽性の問題として出題されることもある。本問を通して解き方を身につけてほしい。

確率は「世界線」をイメージすると解きやすく、世界線を可視化する方法として、樹形図は親和性が高い。