

はじめに

数学の成績を決めるのは、**典型問題が何問解けるようになったか?** である。

そのため青チャートのような網羅系問題集を徹底していくわけだが、**多くの人**が**”その問題”の解き方を、1対1で覚えてしまいがち**である。

これでは時間がかかる上に、初見の問題に対応しづらい。

そこで、当教材では**関連テーマでまとめ直し、抽象化した解法を提示した。**”その問題”でなく**”その手の問題”の解き方**を示したということだ。

1つの解法でより多くの問題が解けることが実感でき、応用性も高まるであろう。

凡例

【解法】

抽象化した解法。IF-THENの構文（～という特徴があれば、～と解く）で書かれており、問題の特徴と打ち手をセットで覚えられる。手元の青チャートにメモするとよいだろう。

《補足》

さまざまな補足を記載した。

第1章 数と式

式の展開

式の展開は、端からかければ必ず解ける。ただ計算が大変であるため、さまざまな**工夫**を学んでいく。

このように、知らないと解けない解法だけでなく、**ラクに解くための解法**を学ぶのが高校数学だ。

実際、青チャートの問題の**約1割**が、ラクに解くための解法を学ぶ問題である。

基本 例題

3 (単項式)×(単項式), (単項式)×(多項式)



次の計算をせよ。

(1) $(-xy^2)^2(-3x^2y)$

(2) $-a^2b(-3a^2bc^2)^3$

(3) $3abc(a+4b-2c)$

(4) $(-xy)^2(3x^2-2y-4)$

p.13 基本事項 5, 6

【解法】

式の展開は端からかければ解けるが、工夫してラクに解きたい。

《補足》

工夫の余地がないので、ただ端からかけて展開するだけ。

基本 例題 **4** (多項式)×(多項式)



次の式を展開せよ。

(1) $(3x+2)(4x^2-3x-1)$

(2) $(3x^3-5x^2+1)(1-x+2x^2)$

基本 3

【解法】

式の展開は端からかければ解けるが、工夫してラクに解きたい。

《補足》

工夫の余地がないので、ただ端からかけて展開するだけ。

基本 例題 **5** 公式による展開(2次式)



次の式を展開せよ。

(1) $(a+2)^2$

(2) $(3x-4y)^2$

(3) $(2a+b)(2a-b)$

(4) $(x+3)(x-5)$

(5) $(2x+3)(3x+4)$

(6) $(4x+y)(7y-3x)$

p.13 基本事項 7

【解法】

式の展開は端からかければ解けるが、工夫してラクに解きたい。

《補足》

式の展開では、**展開公式**が使えるとラク。

基本 例題 **6** 公式による展開(3次式)



次の式を展開せよ。

(1) $(x+3)(x^2-3x+9)$

(2) $(3a-2b)(9a^2+6ab+4b^2)$

(3) $(a+3)^3$

(4) $(2x-y)^3$

p.13 基本事項 8

【解法】

式の展開は端からかければ解けるが、工夫してラクに解きたい。

《補足》

式の展開では、**展開公式**が使えるとラク。

基本 例題 7 おき換えを利用した展開



次の式を展開せよ。

(1) $(a-b+c)^2$

(2) $(x+y+z)(x-y-z)$

(3) $(x^2+3x-2)(x^2+3x+3)$

重要 9、

【解法】

式の展開は端からかければ解けるが、工夫してラクに解きたい。

《補足》

式の展開では、同じ項を置き換えられる場合、工夫をすると計算がラクになる。

基本 例題 8 掛ける順序や組み合わせを工夫して展開 (1)



次の式を展開せよ。

(1) $(x+y)(x^2+y^2)(x-y)$

(2) $(p+2q)^2(p-2q)^2$

(3) $(x+1)(x-2)(x^2-x+1)(x^2+2x+4)$

重要 9、

【解法】

式の展開は端からかければ解けるが、工夫してラクに解きたい。

《補足》

式の展開でカッコが2つの場合は、かける順番に工夫の余地はないが、カッコが3つ以上ある場合は、工夫すると計算がラクになることがある。

重要 例題 9 掛ける順序や組み合わせを工夫して展開 (2)



次の式を計算せよ。

(1) $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$

(2) $(a+b+c)^2+(b+c-a)^2+(c+a-b)^2+(a+b-c)^2$

(3) $(a+2b+1)(a^2-2ab+4b^2-a-2b+1)$

基本 7, 8

【解法】

式の展開は端からかければ解けるが、工夫してラクに解きたい。

《補足》

式の展開でカッコが2つの場合は、かける順番に工夫の余地はないが、カッコが3つ以上ある場合は、工夫すると計算がラクになることがある。

因数分解

因数分解は、次の2ステップを踏んで解く。

言い換えれば、この2ステップさえ踏めば**因数分解は何も考えずに解ける**。特に、**ステップ1**を忘れがちなので要注意。

ステップ1：最低次の文字で整理する ※次数が同じなら好きな文字でOK

ステップ2：因数分解の公式を使う

<因数分解の公式 (5つ) >

$$mx+my = m(x+y)$$

$$x^2-y^2 = (x+y)(x-y)$$

$$abx^2+(ad+bc)x+cd = (ax+b)(cx+d)$$

$$x^3+y^3 = (x+y)(x^2-xy+y^2)$$

$$x^3+3x^2y+3xy^2+y^3 = (x+y)^3$$

基本 例題

1 同類項の整理と次数・定数項



次の多項式の同類項をまとめて整理せよ。また、(2), (3)の多項式において, [] 内の文字に着目したとき, その次数と定数項をいえ。

(1) $3x^2+2x-6-4x^2+3x+2$

(2) $2a^2-ab-b^2+4ab+3a^2+2b^2$ [b]

(3) $x^3-2ax^2y+4xy-3by+y^2+2xy-2by+4a$ [x と y], [y]

p.12 基本事項 3, 4

【解法】

特定の文字に注目して整理する。

《補足》

因数分解の第一歩は「最低次の文字で整理する」こと。その練習である。

(2) bに注目したとき、aは定数と見なす。

(3) 「xとyの次数」というのはこの問題以外で見たことないのでスキップしてOK。

基本 例題

10 因数分解(基本, 2次式)



次の式を因数分解せよ。

(1) $9a^3x^2y-45ax^3y^2+18a^2xy^3$

(2) $(x-y)^2+yz-zx$

(3) $x^2+14x+49$

(4) $9x^2-12xy+4y^2$

(5) $6a^3b-24ab^3$

(6) $x^2+7x+10$

(7) $a^2+5a-24$

p.26 基本事項 1

【解法】

因数分解は2ステップで必ず解ける。

①最低次の文字で整理する ※次数が同じなら好きな文字でOK

②因数分解の公式を使う

《補足》

なし

基本 例題 **11** 因数分解(たすき掛け)



次の式を因数分解せよ。

(1) $3x^2+5x+2$

(2) $6x^2+x-2$

(3) $6x^2-7xy-24y^2$

△ p.26 基本事項 1

【解法】

因数分解は2ステップで必ず解ける。

- ①最低次の文字で整理する ※次数が同じなら好きな文字でOK
- ②因数分解の公式を使う

《補足》

なし

基本 例題 **12** 因数分解(3次式)



次の式を因数分解せよ。

(1) x^3-27

(2) $64a^3+125b^3$

(3) $x^3+6x^2+12x+8$

(4) x^3+x^2-4x-4

△ p.26 基本事項 2

【解法】

因数分解は2ステップで必ず解ける。

- ①最低次の文字で整理する ※次数が同じなら好きな文字でOK
- ②因数分解の公式を使う

《補足》

なし

基本 例題 **13** 因数分解(おき換え利用) (1)



次の式を因数分解せよ。

(1) $2(x-1)^2-11(x-1)+15$

(2) x^2-y^2+4y-4

(3) x^4-10x^2+9

(4) $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8$

重要 14

【解法】

因数分解は2ステップで必ず解ける。

- ①最低次の文字で整理する ※次数が同じなら好きな文字でOK
- ②因数分解の公式を使う

《補足》

式の展開でやった「置き換える工夫」を行う。これは自然に使いたいところ。

重要 例題

14 因数分解(おき換え利用) (2)



次の式を因数分解せよ。

(1) $(x^2+x-5)(x^2+x-7)+1$

[創価大]

(2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)-24$

[函館大, 京都産大]

(3) $(x+y)^4-(x-y)^4$

基本 13

【解法】

因数分解は2ステップで必ず解ける。

- ①最低次の文字で整理する ※次数が同じなら好きな文字でOK
- ②因数分解の公式を使う

《補足》

式の展開でやった「置き換える工夫」を行う。これは自然に使いたいところ。

基本 例題

15 因数分解(1つの文字について整理)



次の式を因数分解せよ。

(1) $9b^2+3ab-2a-4$ (2) $x^3-x^2y-xz^2+yz^2$ (3) $1+2ab+a+2b$

重要 18

【解法】

因数分解は2ステップで必ず解ける。

- ①最低次の文字で整理する ※次数が同じなら好きな文字でOK
- ②因数分解の公式を使う

《補足》

問題タイトルに「1つの文字について整理」とあるが、そんなことを気にする必要はなく、単に因数分解の2ステップで解いたらよい。

基本 例題

16 因数分解(2元2次式)



次の式を因数分解せよ。

(1) $x^2-xy-2y^2-x-7y-6$ (2) $3x^2+7xy+2y^2-5x-5y+2$ 基本 11, 15

【解法】

因数分解は2ステップで必ず解ける。

- ①最低次の文字で整理する ※次数が同じなら好きな文字でOK