

物 理・化 学

問 題

2016年度

< H28100017 >

注 意 事 項

1. この問題冊子には、物理および化学の問題が印刷されています。
受験票に記載されている理科学科解答パターンの問題のみを解答してください。

解答 パターン	物 理	化 学	生 物 (別冊配布)
A	○	○	×
B	○	×	○
C	×	○	○

2. この試験では、解答パターンがAの受験生には、この問題冊子、記述解答用紙およびマーク解答用紙を配付します。
解答パターンがBおよびCの受験生には、これらに加え「生物」の問題冊子および記述解答用紙（生物その1、生物その2）を配付します。
3. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないでください。
4. 物理の問題は2～10ページ、化学の問題は12～19ページに記載されています。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせてください。
5. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入してください。
6. マーク解答用紙記入上の注意
 - (1) 印刷されている受験番号が、自分の受験番号と一致していることを確認したうえで、氏名欄に氏名を記入してください。
 - (2) マーク欄にははっきりとマークしてください。また、訂正する場合は、消しゴムで丁寧に、消し残しがないようによく消してください。

マークする時	● 良い	○ 悪い	○ 悪い
マークを消す時	○ 良い	○ 悪い	○ 悪い

7. 記述解答用紙記入上の注意
 - (1) 記述解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入してください。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を書かないでください。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入してください。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないでください。

(例) 3825番⇒	万	千	百	十	一
		3	8	2	5

8. 解答はすべて所定の解答欄に記入してください。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合があります。
9. 下書きは問題冊子の余白を使用してください。
10. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにしてください。
11. 問題冊子は持ち帰ってください。
12. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出してください。

物理（マーク解答問題）

〔I〕 以下の問の答，または空欄にあてはまるものを各解答群から選び，マーク解答用紙の該当欄にマークせよ。ただし，解答群が共通の問題では，必要に応じて同一の選択肢を複数回選んでもよい。

問1 図1のように，面積が S で厚さの無視できる2枚の円形の金属板AとBが，誘電率 ϵ_0 の空气中において平行に固定され，互いに絶縁されている。2枚の円形の金属板に垂直に x 軸をとり，金属板Aの中心を原点 $x=0$ ，金属板Bの中心を $x=d$ とする。 d に比べて金属板の半径は十分に大きく，金属板AとBは1つの平行板コンデンサーとみなせる。金属板Aに $-Q$ ，金属板Bに $+Q$ の電荷を与えたとき，金属板AとBの電位差は(1)となる。

問1の解答群

a. $\frac{\epsilon_0 QS}{d}$

b. $\frac{\epsilon_0 Qd}{S}$

c. $\frac{\epsilon_0 S}{Qd}$

d. $\frac{\epsilon_0 d}{QS}$

e. $\frac{QS}{\epsilon_0 d}$

f. $\frac{Qd}{\epsilon_0 S}$

g. $\frac{S}{\epsilon_0 Qd}$

h. $\frac{d}{\epsilon_0 QS}$

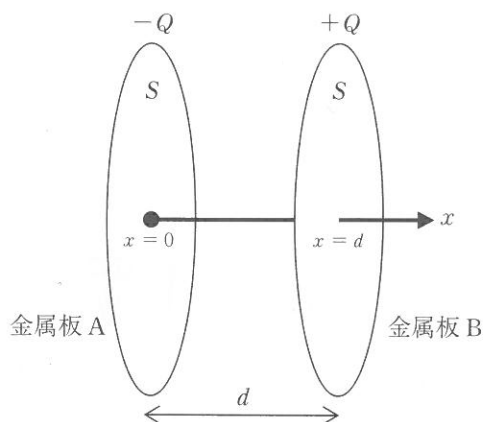


図1

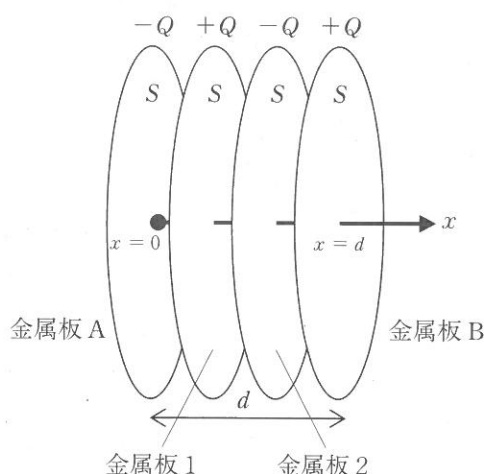


図2

問2 問1の状況から，金属板AとBの電荷を保ったまま，図2のように金属板AとBの間の $x = \frac{d}{3}$ ， $\frac{2d}{3}$ の位置を中心として面積 S の円形の金属板1，2を追加して固定した。合計4枚の金属板は平行で互いに絶縁されている。金属板1に $+Q$ ，金属板2に $-Q$ の電荷を与えたとき，金属板AとBの電位差は，問1の答の(2)倍になる。

問3 問2の状況から，金属板1と2の電荷を保ったまま，それらの位置を入れ換えた。金属板AとBの電位差は，問1の答の(3)倍になる。

問2および問3の解答群

a. 0

b. $\frac{1}{3}$

c. $\frac{2}{3}$

d. 1

e. $\frac{4}{3}$

f. $\frac{5}{3}$

g. 2

h. $\frac{7}{3}$

i. $\frac{8}{3}$

j. 3

k. $\frac{10}{3}$

l. $\frac{11}{3}$

問4 問1の状況から、金属板AとBの電荷を保ったまま、金属板AとBの間の $x = \frac{nd}{N-1}$ の位置 (n は1から $N-2$ までの整数であり、 N は4以上の偶数) を中心として面積 S の円形の金属板を追加して固定した。合計 N 枚の金属板は平行で互いに絶縁されており、 n が偶数の位置の金属板にはそれぞれ $-Q$ の電荷を、 n が奇数

の位置の金属板にはそれぞれ $+Q$ の電荷を与えた。このとき、金属板AとBの電位差は、問1の答の

(4)

(5)

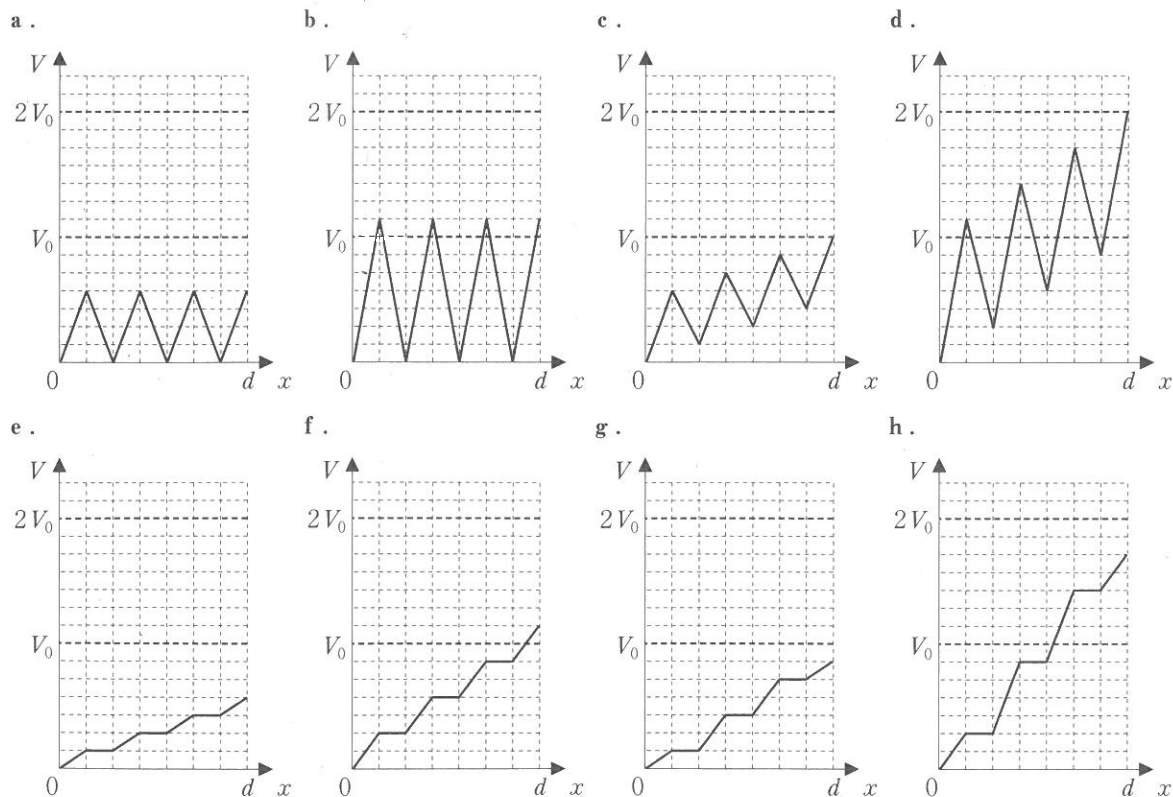
倍になる。

問4の解答群

- a. $N-1$ b. $2(N-1)$ c. $3(N-1)$ d. $4(N-1)$ e. $5(N-1)$ f. $6(N-1)$
g. $7(N-1)$ h. $8(N-1)$ i. 1 j. N k. N^2 l. N^3

問5 問4の状況で $N=8$ の場合に、金属板A, B間 ($0 < x < d$) での電位のグラフとして適切なものを選択せよ。ただし、電位の基準を金属板Aとする。解答群のグラフでは問1の答を V_0 と表記している。

問5の解答群



問6 問4の状況から、金属板A, Bの間の $N-2$ 枚の金属板を、電荷を保ったまま位置を入れ換える。 n が1から $\frac{N}{2}-1$ の位置には $-Q$ の電荷をもつ金属板を、 n が $\frac{N}{2}$ から $N-2$ の位置には $+Q$ の電荷をもつ金属板を

置いた。このとき、金属板AとBの電位差は、問1の答の

(6)

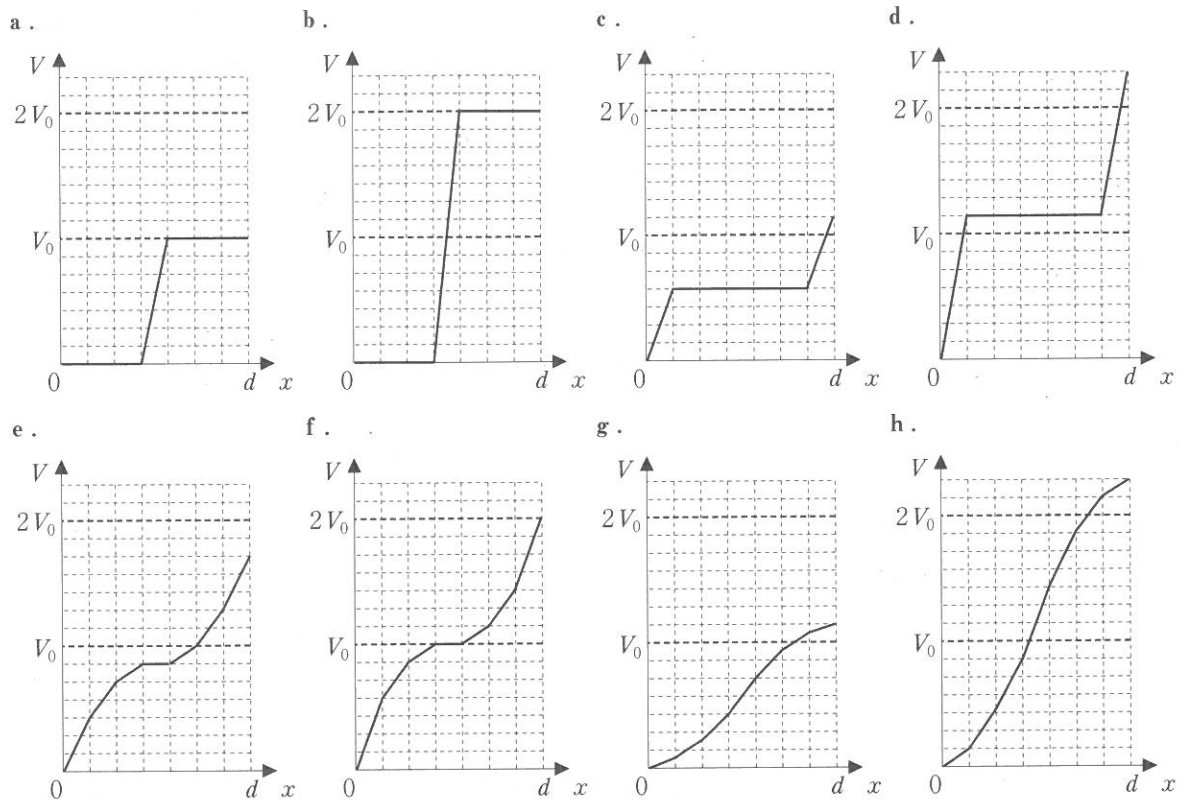
(7)

問6の解答群

- a. $N-1$ b. $2(N-1)$ c. $3(N-1)$ d. $4(N-1)$ e. $5(N-1)$ f. $6(N-1)$
g. $7(N-1)$ h. $8(N-1)$ i. 1 j. N k. N^2 l. N^3

問7 問6の状況で $N = 8$ の場合に、金属板 A, B 間 ($0 < x < d$) での電位のグラフとして適切なものを選択せよ。ただし、電位の基準を金属板 A とする。解答群のグラフでは問1の答を V_0 と表記している。

問7の解答群



問8 問4の状況から、金属板 A と B の間にある $N - 2$ 枚の金属板の電荷を保ったまま、金属板 A と B の電荷をそれぞれ $\boxed{(8)}$ 倍することにより金属板 A と B を等電位にすることができた。

問8の解答群

a. $\frac{N-2}{2}$ b. $-\frac{N-2}{2}$ c. $\frac{N-2}{4}$ d. $-\frac{N-2}{4}$
 e. $\frac{N-2}{N-1}$ f. $-\frac{N-2}{N-1}$ g. $\frac{N-2}{2(N-1)}$ h. $-\frac{N-2}{2(N-1)}$

問9 問2の状況から、金属板 1 と 2 の電荷を保ったまま、図3のようにスイッチ SW と起電力 V の電池を接続した。スイッチ SW を閉じたとき、金属板 B の電荷は $\boxed{(9)}$ となる。

問10 問9の状況からスイッチ SW を開き、金属板 A と B の電荷を保ったまま電池を自己インダクタンス L のコイルに置き換えてからスイッチ SW を閉じたところ、金属板 A と B の電荷が周期的に変化した。この周期的変化の振幅は $\boxed{(10)}$ となる。ただし、回路の抵抗は無視できるものとする。

問9 および問10の解答群

a. Q b. $\frac{\epsilon_0 SV}{d}$ c. $\frac{\epsilon_0 SV}{d} + \frac{Q}{3}$ d. $\frac{\epsilon_0 SV}{d} - \frac{Q}{3}$
 e. $\frac{\epsilon_0 SV}{d} + \frac{2Q}{3}$ f. $\frac{\epsilon_0 SV}{d} - \frac{2Q}{3}$ g. $\frac{\epsilon_0 SV}{d} + Q$ h. $\frac{\epsilon_0 SV}{d} - Q$

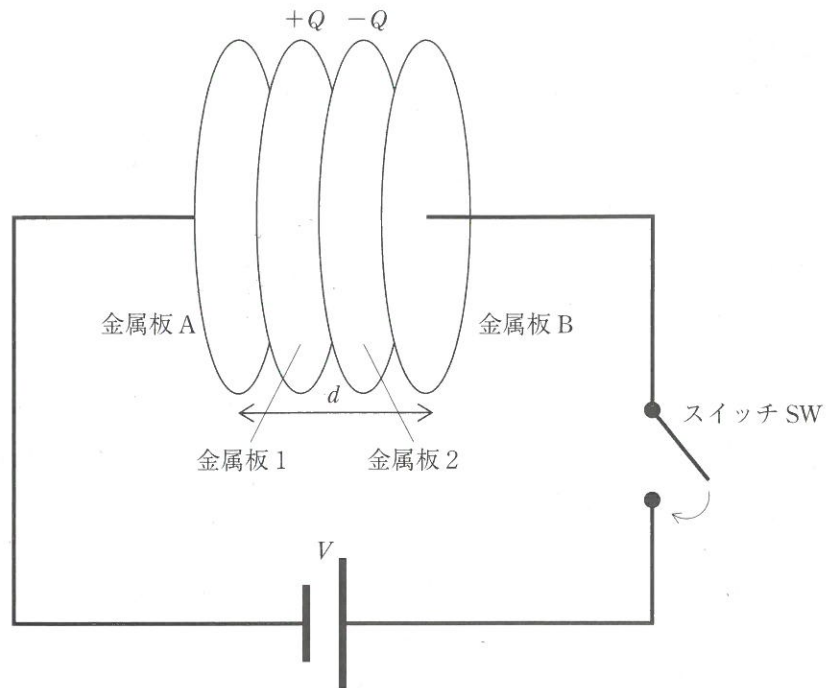


図 3

問11 問10の状況で、 $\epsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12} \text{ F/m}$, $d = 4.5 \text{ mm}$, $S = 160 \text{ cm}^2$, $L = 1.0 \times 10^{-3} \text{ H}$ として、電荷の周期的変化の周波数はおよそ (11) となる。

問11の解答群

- | | | | |
|------------|------------|------------|------------|
| a. 700 Hz | b. 900 Hz | c. 700 kHz | d. 900 kHz |
| e. 700 MHz | f. 900 MHz | g. 700 GHz | h. 900 GHz |

問12 問9の状況で金属板1と2の間に比誘電率 ϵ_r の誘電体を隙間なく挿入してスイッチSWを開き、金属板AとBの電荷を保ったまま電池を自己インダクタンス L のコイルに置き換えた。スイッチSWを閉じたところ、金属板AとBの電荷が周期的に変化した。この周期的変化の周波数は、問10の場合の周波数の (12) 倍となる。

問12の解答群

- | | | | |
|--------------------------------|--|---------------------------------------|---|
| a. $\frac{2\epsilon_r + 1}{3}$ | b. $\frac{2\epsilon_r + 1}{3\epsilon_r}$ | c. $\sqrt{\frac{2\epsilon_r + 1}{3}}$ | d. $\sqrt{\frac{2\epsilon_r + 1}{3\epsilon_r}}$ |
| e. $\frac{3}{2\epsilon_r + 1}$ | f. $\frac{3\epsilon_r}{2\epsilon_r + 1}$ | g. $\sqrt{\frac{3}{2\epsilon_r + 1}}$ | h. $\sqrt{\frac{3\epsilon_r}{2\epsilon_r + 1}}$ |

物理（記述解答問題）

〔Ⅱ〕 以下の問の答を解答用紙の該当欄に記入せよ。

図に示すように、原点 O から鉛直下向きを正にとった x 軸上でばねでつながれている 2 つの質点 1, 2 の運動を考えよう。質点 1, 2 の質量をそれぞれ m_1, m_2 、位置座標を x_1, x_2 とする。ばねの自然長は ℓ 、ばね定数は k で、ばねの質量は無視できる。重力加速度を g とし、空気抵抗は無視できるものとする。

この系の重心の位置座標は $X = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$ で与えられる。微小な時間差 Δt だけ離れた 2 つの時刻 $t, t' = t + \Delta t$ における重心の位置座標をそれぞれ $X, X' = X + \Delta X$ とすると、重心の速度 V は、 $V = \frac{\Delta X}{\Delta t}$ で与えられるので、質点 1, 2 の速度をそれぞれ v_1, v_2 と表すと、 $V = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$ と表せることがわかる。

問1 上の考えをもう一步進めて、重心の加速度 A を質点 1, 2 の加速度 a_1, a_2 を含む式で表せ。

この系を用いて 2 つの実験をした。最初の実験では、質点 1 を位置 $x_1 (\geq 0)$ に固定したまま質点 2 をつり下げたら、ばねが少し伸びてつり合った。この位置からさらに質点 2 を下方に h だけ下げた後、時刻 $t = 0$ で静かに手をはなした。

問2 質点 2 の運動方程式を書け。さらに質点 2 の振動の中心座標、振幅、周期 T を求めよ。

問3 質点 2 の運動の様子を時刻 $t = 0$ から 1 周期分について図示し、さらに時刻 t における質点 2 の位置座標 x_2 を数式を用いて表現せよ。

次の実験では、まず質点 1 を原点 O に固定し、すべてが静止した後に質点 1 の固定を外した。この時刻を改めて $t = 0$ とする。

問4 $t \geq 0$ における質点 1, 2 それぞれの運動方程式を書け。

問5 問4 で求めた運動方程式から重心の加速度 A を求めよ。

問6 問5 の結果を用いて、時刻 t における重心の位置 X を求めよ。

問7 問4 の運動方程式を用いて、質点 1 から見た質点 2 の加速度、すなわち相対加速度 $a = a_2 - a_1$ を求めよ。

問8 問7 の結果は、 $\xi = x_2 - x_1$ で定義される相対座標 ξ に対する運動の式と見ることができる。この式は、自然長 ℓ 、ばね定数 k のばねの先に、ある質量 μ のおもりをつけたときの単振動の式になる。この質量 μ を m_1, m_2 を用いて表せ。

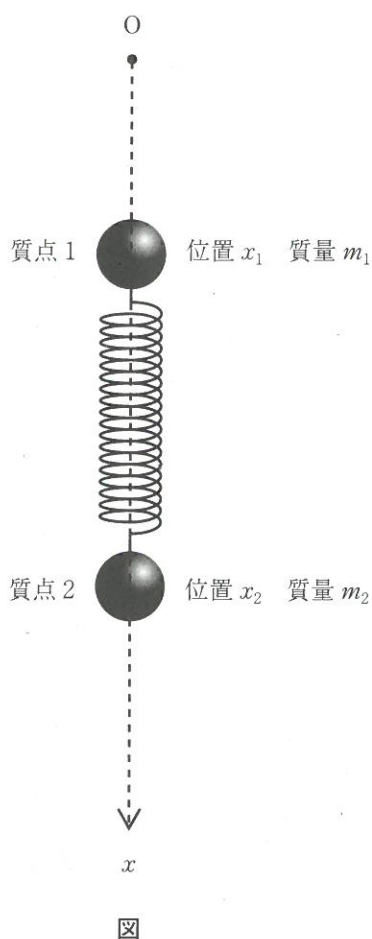
問9 時刻 t における相対座標 ξ を求め、問8 の μ を含む式で表せ。

問10 2 つの質点が n 回目 ($n = 1, 2, 3, \dots$) に最接近する時刻 t_n を問8 の μ を含む式で表せ。また、時刻 t_n における重心の位置 X_n を t_n を含む式で表現せよ。

問11 問10の結果を用いて、時刻 t_n における質点1, 2の力学的エネルギーの総和 E を求めよ。ただし、重力による位置エネルギーの基準は原点 O にとるものとする。

問12 10回目に最接近した瞬間に、質点2が水平な床と完全弾性衝突をして上方に跳び上がった。重心のその後の運動について正しい記述を1つだけ選び、その番号を記せ。また、その理由を述べよ。

1. $t = 0$ における重心の位置まで上昇し、再び落下を始める。
2. $t = 0$ における重心の位置より低い点まで上昇し、再び落下を始める。
3. $t = 0$ における重心の位置より高い点まで上昇し、再び落下を始める。
4. 条件次第で上の1, 2, 3のいずれも起こりうるので、1つの運動形態に絞ることはできない。



物理（記述解答問題）

〔Ⅲ〕 以下の問の答を解答用紙の該当欄に記入せよ。

単原子分子理想気体の分子の運動を参考に、金属中の電子の流れと、温度差を利用した発電について理解しよう。

はじめに気体分子の運動を考える。図1のように一辺の長さが L の断熱された立方体の容器に質量が m の単原子分子 N 個からなる気体を閉じ込める。気体が絶対温度 T のとき、気体分子の2乗平均速度 $\sqrt{v^2}$ と温度 T の関係を以下の考察から求めよう。

問1 速度が $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ の分子が x 軸に垂直な壁 W に衝突して跳ね返されるとき、分子が壁 W から受ける力積の x 成分を求めよ。また、壁 W がこの1つの分子から受ける力の大きさを時間的に平均した値を求めよ。分子と壁との衝突は弾性衝突とする。

問2 熱運動する N 個の気体分子において、速度の各成分の2乗は平均すると等しい。このことを用い、壁 W に働く圧力 p を分子の速度の2乗の平均 $\overline{v^2}$ を含む式で表せ。

問3 気体分子の平均的な速さは2乗平均速度 $\sqrt{v^2}$ により与えられる。2乗平均速度 $\sqrt{v^2}$ をボルツマン定数 k と温度 T を含む式で表せ。

図1の容器を、温度を変えることのできる容器に変更する。容器の温度を変えると、壁との衝突により気体分子のエネルギーが変化する。このとき、問2と同じように、衝突後の気体分子の速度の各成分の2乗は平均すると等しく、2乗平均速度は変更後の容器の温度によって決まる。

問4 容器の温度を T から T' に変更した($T' > T$)。衝突の前後における気体分子の運動エネルギーの平均値の変化を T および T' を含む式で表せ。また、この気体の単位体積あたりの定積比熱 c_V を求めよ。

次に、図2のように温度を変えることのできる容器2つを長さ L の細い連結管でつないだ。図3のように、左側の容器と連結管との結合部を原点に、図の右向きが正の向きとなるように、連結管に沿って x 軸をとる。このとき、容器と連結管を温度が時間的に変化しない熱源とみなし、右側の容器の温度を T_1 、左側の容器の温度を T_2 とする。連結管の断面積 S は L^2 にくらべ十分小さく($S \ll L^2$)、連結管の体積は無視できる。連結管内における気体分子の集団的な流れを考えよう。

$T_1 = T_2$ とし、各容器が質量 m の単原子分子 N 個で満たされているとき、気体分子の2乗平均速度は連結管内の全ての場所で等しく、かつ速度の各成分の2乗平均は等しい。そのため、ある位置 x を通過する気体分子を見ると、右向きの分子集団の流れと左向きの分子集団の流れの量が同じであり、全体としての分子の流れはない。

問5 ここで、左右の容器にわずかな温度差をつける($T_1 > T_2 \gg T_1 - T_2$)。このとき、連結管の管壁の温度は、 $x = 0$ で T_2 、 $x = L$ で T_1 であり、その間の管壁の温度は $T(x) = Ax + B$ となる。係数 A 、 B を T_1 、 T_2 、 L を用いて表せ。

問6 連結管内で、気体分子は管壁との衝突を繰り返している。そのため、任意の位置 x における気体分子の運動は管壁の温度 $T(x)$ により決定され、気体分子の速度の各成分の2乗は平均的に等しいと考える。位置 x における気体分子の速度の x 成分の2乗平均速度 $\sqrt{v_x^2}$ を $V(x)$ と表すとき、 $V(x)$ を x を含む式で表せ。

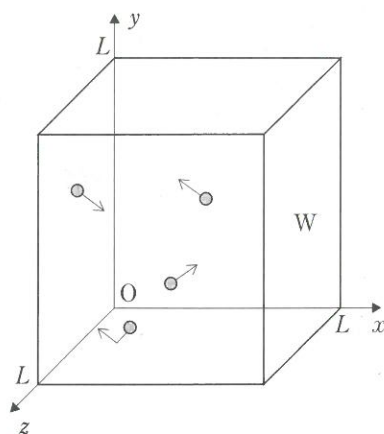


図 1

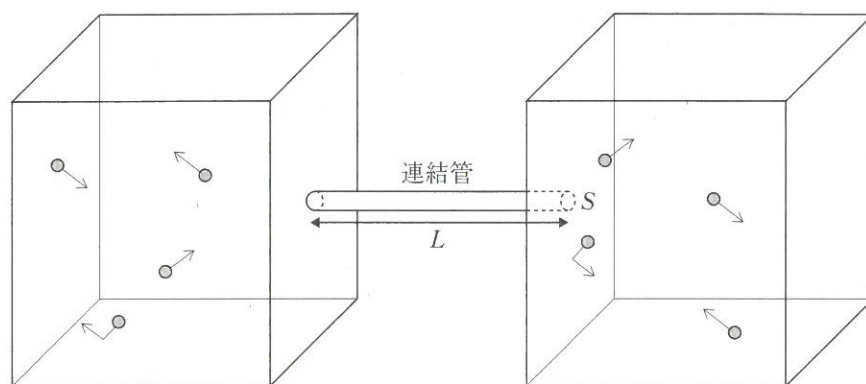


図 2

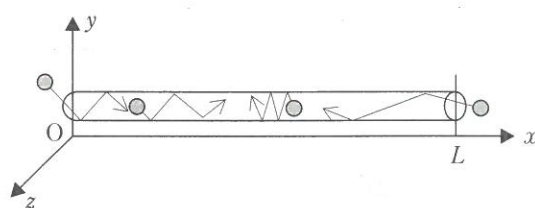


図 3

問 7 2つの容器の温度差が十分小さいため、問 6 の結果と近似式 $\sqrt{1+\epsilon} \doteq 1 + \frac{\epsilon}{2}$ (ただし $|\epsilon| \ll 1$) を用いて、位置 x における気体分子の速度の x 成分の 2 乗平均速度 $V(x)$ は $V(x) = ax + b$ と近似できる。係数 a, b を m, k, A, T_2 を用いて表せ。

容器に温度差をつけると連結管内に気体分子の集団的な流れが生じ、左右の容器内の気体分子密度が変化する。この気体分子の集団的な流れを考えよう。

問7で求めた $V(x)$ は、位置 x にある分子が集団として x 方向に移動するときの平均的な速さと考えられる。温度勾配が存在する連結管内を考えると、右に移動する分子と左に移動する分子がある。このとき、左から流れてくる分子集団の速度と、右から流れてくる分子集団の速度の平均が気体分子の集団的な流れの速度になる。

図3のように、連結管内において気体分子は様々な時間間隔で管壁に衝突するが、気体分子を集団として扱う場合は平均した時間間隔 τ で衝突が起こると考えればよい。このとき、位置 x に流れてくる分子集団は、直前に衝突したときに決定された速度を持っていると考える。また、平均した衝突時間間隔 τ の間に気体分子が進む距離を $\ell = V(x)\tau$ とすると、位置 x に左から流れてくる分子集団の速度は $V(x - \ell)$ 、右から流れてくる分子集団の速度は $-V(x + \ell)$ と考えられるので、気体分子の集団の平均速度 v_Q は $v_Q = \frac{V(x - \ell) - V(x + \ell)}{2}$ となる。

問8 容器に温度差をつけたときに生じる気体分子の集団の平均速度 v_Q を、上式と問7の結果より τ , m , k , A を用いて表せ。ここで $T_2 \gg T_1 - T_2$ という条件から x に依存する項を無視せよ。

上で考えた単原子分子理想気体の代わりに、金属棒内の電子を考える。金属棒内の電子は熱運動する金属イオンとの衝突を繰り返しながら移動している。この電子の運動を連結管内の単原子分子理想気体と同じように考えよう。

問9 断面積 S 、長さ L の金属棒内を、密度 n の電子（質量 m 、電荷 $-e$ ）が平均的な速度 v_E で運動する。このとき、金属棒に流れる電流の大きさを $|v_E|$ を含む式で表せ。

問10 問9の金属棒の長さ方向に一樣な電場 E を加えた。連結管内の単原子分子理想気体と同様に、電子と金属イオンの衝突も多くの電子について平均すると衝突の時間間隔は一定とみなせる。この平均衝突時間を問8と同様に τ とすると、金属の抵抗率は $\rho = \frac{m}{ne^2\tau}$ で与えられる。電子の平均的な速度 v_E を m , E , τ を含む式で表せ。

図3の連結管を金属棒と置き換え、問5と同様に金属棒の両端に温度差を与えると、連結管内の単原子分子理想気体と同じように電子の集団的な流れが生じ、その速度は問8と同様に v_Q で与えられる。この電子の運動の結果、電子密度は場所によって変化する。一方、均一に存在する金属イオンにより金属棒全体は中性であるが、電子の密度差は金属内に電場をつくり、問10と同様に電子に速度 v_E を与える。

問11 金属棒に温度差を与え、十分に時間が経ったときの v_Q と v_E の関係を示せ。

問12 問11において、金属棒の両端に起電力が生じる現象をゼーベック効果と呼ぶ。このとき、生じる電場 E は温度勾配 $\frac{\Delta T}{\Delta x}$ ($=A$) に比例し、 $E = \alpha \frac{\Delta T}{\Delta x}$ と表される。この式の比例定数 α (ゼーベック係数) を e , k を用いて表せ。

上で得られたゼーベック係数は古典論の枠組みでは正しいが、実験により得られた値よりも2桁大きいことが知られている。これは、問4で求めた定積比熱の表式が電子には適用できないためであり、正しい値を得るには量子論を用いる必要がある。