

# 物 理

(問 題)

2016年度

〈2016 H28100015 (物理)〉

## 注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は2～5ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 記述解答用紙記入上の注意
  - (1) 記述解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
  - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を書いてはならない。
  - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

|         |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 数 字 見 本 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

|            |   |   |   |   |   |
|------------|---|---|---|---|---|
|            | 万 | 千 | 百 | 十 | 一 |
| (例) 3825番⇒ |   | 3 | 8 | 2 | 5 |

5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

[I] 図 I-1 のように、長さ  $\ell$  のひもに質量  $M$  のおもりをつけて他端を固定してつるし、このおもりが鉛直面内を運動する振り子がある。おもりが最低点に到達した瞬間に台上の先端に置かれた質量  $m$  ( $m > M$ ) の小球に衝突する。その際、おもりと台の接触は考えなくてよい。衝突後、小球はおもりと同じ鉛直面内を運動し、衝突直後に台から離れて放物運動する。なお、ひもの質量は無視できて伸縮しないものとし、おもりと小球の大きさやそれらに作用する空気抵抗は無視できるものとする。また、おもりと小球の間の反発係数を  $e$  ( $0 < e < 1$ )、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

以下の設問に対する解答を、解答用紙の所定欄に記入せよ。

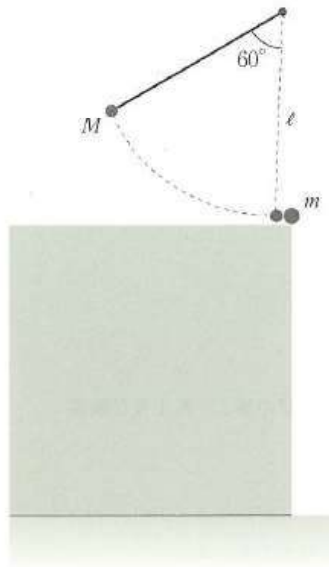


図 I-1

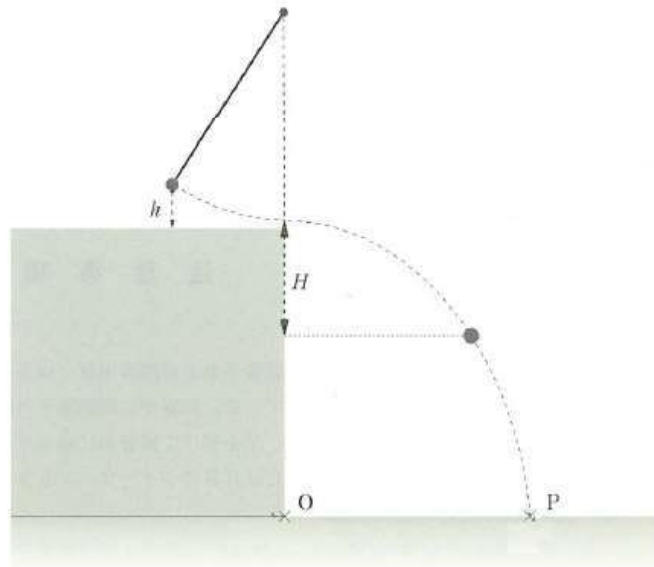


図 I-2

- 問1 図 I-1 のように、振り子のひもをたるませずに鉛直下向きから時計回りに  $60^\circ$  の角度をなす位置で、静かにおもりをはなす。おもりが小球に衝突する直前の速さ  $V$  を求めよ。
- 問2 おもりが衝突する直前の、振り子のひもの張力  $T$  を求めよ。
- 問3 衝突の前後で、おもりの運動方向が反転する場合と反転しない場合がある。運動方向が反転するために、反発係数  $e$  が満たすべき条件を求めよ。
- 問4 衝突に際して、おもりが小球から受ける力積の大きさを  $V$ ,  $M$ ,  $m$ ,  $e$  を用いて表せ。
- 問5 おもりの運動方向が衝突の前後で反転する場合を考える (問3 参照)。衝突後おもりは振り子運動を継続する。その運動中に、おもりが到達する台からの最高点の高さ  $h$  を  $\ell$ ,  $M$ ,  $m$ ,  $e$  を用いて表せ。
- 問6 問5において、高さ  $h$  がひもの長さ  $\ell$  に比べて十分低く、おもりの運動が単振り子とみなせるとする。衝突後、おもりが最初に最高点に到達したときの、小球の落下距離は  $H$  であった (図 I-2 参照)。距離  $H$  を求めよ。ただし、小球はこのときまだ床に衝突していないものとする。

その後、小球は床の点 P に衝突した。図 I-2 のように座標の原点 O を実験開始時に小球を配置した台上の真下の床にとると、OP 間の距離は  $d$  であった。

つぎに小球を種類の異なるものに取り換えて、前回と同様に台上の先端に置く。図 I-3 のように、振り子のおもりを問 1 と同一の条件で運動を開始させ、おもりが小球に衝突する実験を再度行う。今回は衝突直後に小球が 2 片に分裂して、その瞬間それぞれの小片は床と平行な初速で前方に運動して、床の点  $P_1$ 、点  $P_2$  に落下する。床面上に  $xy$  座標を設定して、床に落下する位置を記録する。前回と同様に、座標の原点  $O$  を実験開始時に小球を配置した台上の真下の床にとる。

小球が分裂しない前回の衝突実験では、小球は図 I-2 の点  $P$  に落下した。これは図 I-4 の点  $P(d, 0)$  に位置する。小球が分裂する今回の衝突実験では、質量  $m_1$  の小片は点  $P_1(x_1, y_1)$  に、質量  $m_2$  の小片は点  $P_2(x_2, y_2)$  に、それぞれ図 I-4 の位置に落下した ( $m = m_1 + m_2$ )。

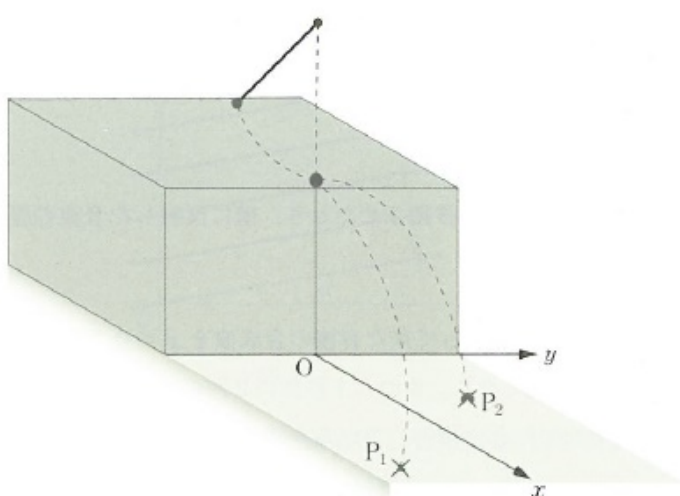


図 I-3

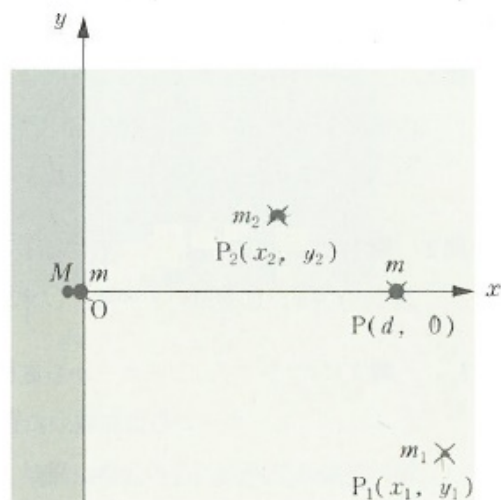


図 I-4

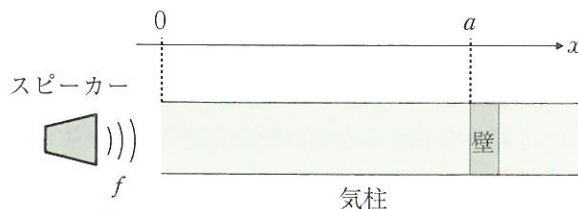
問 7 小球が分裂する今回の衝突実験において、小球が衝突して分裂する直前の運動エネルギーを  $T_A$ 、分裂した直後の 2 片の運動エネルギーの和を  $T_B$  とする。運動エネルギーの比  $\frac{T_B}{T_A}$  を、小片の質量  $m_1$ 、 $m_2$  と座標  $d$ 、 $x_1$ 、 $y_1$ 、 $x_2$ 、 $y_2$  を用いて表せ。

問 8 質量  $m_2$  の小片が落下した点  $P_2$  の座標  $x_2$ 、 $y_2$  を、小片の質量  $m_1$ 、 $m_2$  と座標  $d$ 、 $x_1$ 、 $y_1$  を用いてそれぞれ表せ。

〔Ⅱ〕 以下の設問に対する解答を、解答用紙の所定欄に記入せよ。

2つの波（正弦波）の位相に含まれる微小な差が、波の干渉により、我々が比較的測定しやすいスケールまで拡大されることがある。以下では、この性質を利用した、いくつかの測定について考える。なお、数値で答えるよう指示された問題については、解答欄で示された有効数字、および、単位で答えよ。

- (A) 図Ⅱ－1のように、スピーカーから気柱の開口に向かって、振動数 $f = 1445 \text{ Hz}$ の音を発生させた。いま、気柱の壁は移動させることができるとし、気柱の開口部を原点とした $x$ 座標を用いて、壁の位置を $x = a$ で表すこととする。



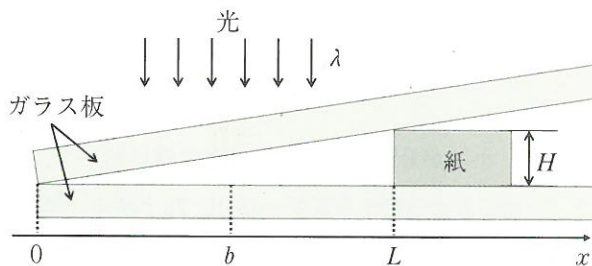
図Ⅱ－1

問1  $x = 0$  で音波を観測することにより、共鳴（気柱の固有振動）が起こる壁の位置を調べた。調査の結果、壁の位置を $a = 29.7 \text{ cm}$ と $41.7 \text{ cm}$ で静止させたとき共鳴が起こり、これら2つの位置の間で共鳴は起こらなかった。このことから、開口端補正と音速を数値で求めよ。

問2 問1で求めた音速を $w$ で表すとする。いま、壁を一定の速度 $V$ で移動させたとき、壁に反射した音波の振動数を、 $f$ 、 $w$ 、 $V$ を用いて表せ。（ただし、 $V < w$ とする。）

問3 問2において、スピーカーから直接届いた音波と壁に反射して戻って来た音波の合成波を $x = 0$ で観測したところ、スピーカーから直接届いた音だけの場合より音程が高くなり、かつ、1秒間に2回のうなり（音波の干渉）が生じていた。このとき、壁は $x$ 軸の正か負、いずれの向きに移動しているか答えよ。また、移動する壁の速さを数値で答えよ。

- (B) 図Ⅱ－2のように、空気中で厚さ $H$ の紙を2枚のガラス板の間に挟み、波長 $\lambda$ の単色光を真上から当てたところ、干渉縞が観測された。いま、2枚のガラス板が接しているところを原点として $x$ 座標を設定する。



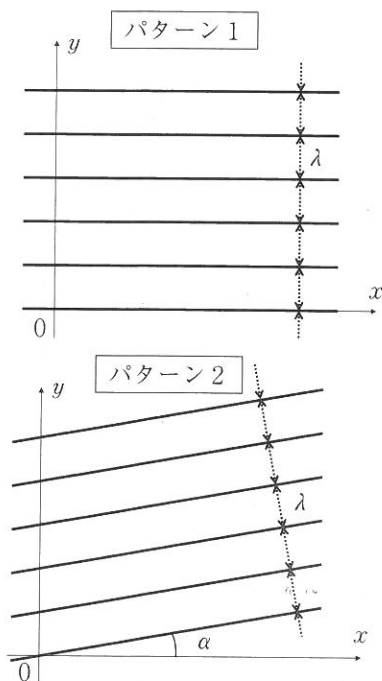
図Ⅱ－2

問4  $m$ を0以上の整数として、位置 $x = b$  ( $0 < b < L$ )が明るい縞（明線）になる条件式を、 $H$ 、 $L$ 、 $b$ 、 $m$ 、 $\lambda$ を用いて表せ。ただし、空気の屈折率を1とせよ。

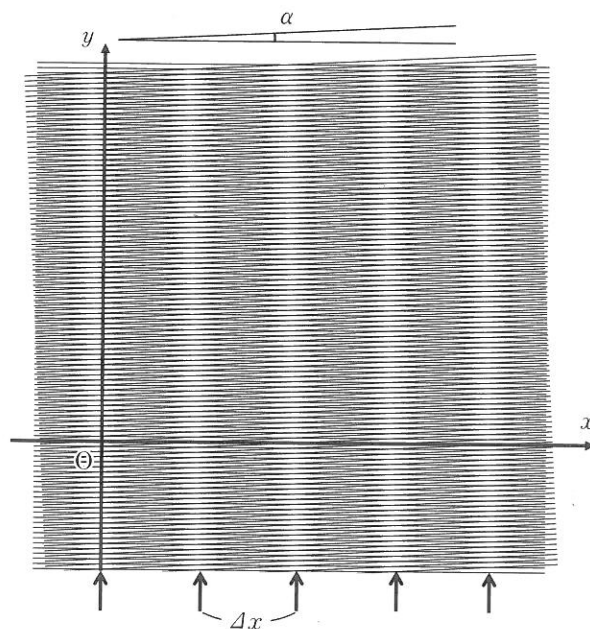
問5  $\lambda = 640 \text{ nm}$  ( $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$ )、 $L = 10 \text{ cm}$ のとき、となりあう明るい縞の間隔 $\Delta x$ が $1.0 \text{ mm}$ となった。このとき、紙の厚さ $H$ を数値で求めよ。

問6 2つのガラスのすき間を、屈折率1.33の液体で満たしたとき、 $\Delta x$ が $1.0 \text{ mm}$ から変化しないように紙の位置をずらした。紙の厚さは変わらないとして、紙を $x$ 軸の正か負、いずれの向きにずらしたか答えよ。また、ずらした距離を数値で答えよ。

- (C) 図Ⅱ-3のような、横縞でできた「パターン1」と、原点を中心にして「パターン1」全体を角度 $\alpha$ だけ回転させた「パターン2」を考える。これら二つのパターンを重ねると、図Ⅱ-4のような縦縞が干渉縞として現れる。このような干渉縞をモアレという。このとき、干渉縞である縦縞の間隔 $\Delta x$ を測定することで、回転角 $\alpha$ を求めることができる。実際、以下のように考えて、 $\alpha$ を求めてみよう。



図Ⅱ-3



図Ⅱ-4

いま、各パターンの縞が振幅1の平面波の山を表しているとする、縞の間隔 $\lambda$ は平面波の波長に対応していると考えられる。そこで、 $n$ を整数として、「パターン1」の縞（山の位置）は $y = n\lambda$ と表すことができるので、縞を山の位置とする平面波は、関数 $A_1 = \cos 2n\pi = \cos \frac{2\pi y}{\lambda}$ と表すことができる。

- 問7 「パターン1」と同様、「パターン2」における縞（山の位置）は、 $n$ を整数として、 $y = \boxed{7-1}$ と表すことができる。従って、「パターン2」の縞を山の位置とする振幅1の平面波を関数 $A_2$ で表すと、関数 $A_1$ を求めたときと同様の考察により、 $A_2 = \cos [\boxed{7-2}]$ となる。

$\boxed{7-1}$ に当てはまる式を $n, \lambda, \alpha, x$ を用いて、 $\boxed{7-2}$ に当てはまる式を $\lambda, \alpha, x, y$ を用いて表せ。

以下では、 $\alpha \ll 1$ として、近似式 $\cos \alpha \doteq 1$ 、 $\sin \alpha \doteq \alpha$ を用いて解答せよ。

- 問8 問7の結果、および、公式 $\cos C + \cos D = 2 \cos \frac{C+D}{2} \cos \frac{C-D}{2}$ を用いて、

$A_1 + A_2 = 2 \cos [\boxed{8-1}] \cos [\boxed{8-2}]$ を求めよ。ただし、 $\boxed{8-1}$ に当てはまる式は $\lambda, \alpha, x, y$ を用いて、 $\boxed{8-2}$ に当てはまる式は $\lambda, \alpha, x$ を用いて答えよ。

- 問9 問8の $\cos [\boxed{8-2}]$ は、 $y$ に依存せず $x$ のみに依存することから、 $x$ 軸方向の周期的変化、つまり、モアレによる縦縞を表していると考えられる。いま、 $\lambda = 1 \text{ mm}$ のとき、縦縞の間隔 $\Delta x$ が $1 \text{ cm}$ であった。図Ⅱ-4の矢印で指された部分では、「パターン1」と「パターン2」の縞が重なっている（ $A_1 + A_2 = 2$ が成り立っている）ことを考慮して、角度 $\alpha$ を数値で求めよ。

[以下余白]





