物　　理

（問　題）

2011年度

〈2011　H23050015（物理）〉

注　意　事　項

1. 問題冊子および記述解答用紙は，試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は２～５ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷の乱れ，解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルで記入すること。欄外の余白には何も記入しないこと。
4. 試験が開始されたらただちに，解答用紙の所定欄（２か所）に受験番号および氏名を正確に丁寧に記入すること。
5. いかなる場合でも，解答用紙は必ず提出すること。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

［I］ 惑星はその質量が充分小さいとき、図I－1のように太陽を一つの焦点（F_1）とする楕円軌道上を運動するとみなせる。太陽の質量をM、惑星の質量をm、万有引力定数をGとし、本文および図I－1に用いた変数を使って、以下の空欄の答を解答用紙に記入せよ。

問1 惑星が点PおよびQにあるとき惑星の、運動エネルギー＋重力エネルギー、すなわち全エネルギーはそれぞれいくらか。ただし重力エネルギーの基準は、無限遠でその値がゼロとなるようにとる。

点Pでの全エネルギー＝［　　　　　　　　　　］　　　　（1）

点Qでの全エネルギー＝［　　　　　　　　　　］　　　　（2）

ただしQは、楕円の中心Oに対するPの対称点である。（1）、（2）の答はそれぞれの点における力学変数を用いてかけ。

問2 面積速度一定の法則よりP、Qの近傍で惑星が単位時間に描く面積は等しく、

［　　　　　　　　　　］＝［　　　　　　　　　　］　　　　（3）

が成立する。それぞれの点で単位時間に描く面積、すなわち面積速度を記入して等式を完成せよ。これに楕円の性質を考慮すると、v_P、v_Q、r_P、r_Qの間に以下の関係式を得る。

$\dfrac{v_P}{v_Q}$＝［　　　　　　　　　　］　　　　（4）

問3 （1）、（2）、（4）よりv_Pとv_Qを消去すると、惑星の全エネルギーは、r_Pとr_Qの関数として

全エネルギー＝［　　　　　　　　　　］　　　　（5）

となる。

また、楕円の定義から$r_P + r_Q$＝一定である。これらのことから全エネルギーの値は楕円軌道の［a　短軸の長さ、b　長軸の長さ、c　面積、d　離心率、e　楕円の周長］から、一意的に決まることが分かる（a－eの中から正しいものの記号を一つ選べ）。

問4 惑星の全エネルギーが（5）で与えられるので、（1）、（2）から積$v_P v_Q$を求めると、r_P、r_Qの関数として

$v_P v_Q$＝［　　　　　　　　　　］　　　　（6）

となる。

問 5　互いに逆向きである速度ベクトルの対 $\vec{v}_P$、$\vec{v}_Q$ をはじめ、軌道運動にともなうすべての速度ベクトルの対を取り出し、それらの起点（始点）を一点に集めると、速度ベクトルの矢印の先端はどのような図形を描くか。その図形の形は［　　　　　　　］である。

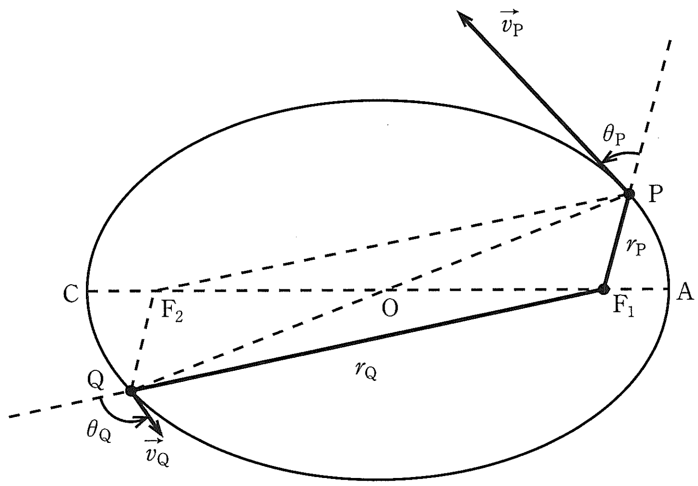
（ヒント：方べきの定理）

また、解答用紙に $\vec{v}_P$、$\vec{v}_Q$ の対以外の例をもう一組かき、速度ベクトルの先端のつくる図形を描け。

問 6　軌道上で太陽に最も近い点Aを近日点と呼ぶ。Aにおいて瞬間的に $\vec{v}_A \to \alpha\vec{v}_A$ のように速度を大きくできた（$\alpha > 1$）とすると、Aにおける重力エネルギーはそのままであるが、運動エネルギーは α^2 倍に増大する。全エネルギーがちょうどゼロになる場合の α の値を、r_A と r_C を用いて表せ。ただし $r_A = \overline{F_1A}$、$r_C = \overline{F_1C}$ である。

$\alpha =$ ［　　　　　　　　　　　］　　　　　　　　　　　　（7）

問 7　全エネルギー＝0の場合の軌道を考えよう。このとき**問 5**で調べたような速度ベクトルの先端をつらねた図形において、速度ベクトルの起点（始点）はその図形上のどのような所に位置するか、図をかいて説明せよ。



図Ｉ－1

図の楕円（軌道）において、点PとQは楕円の中心Oに対して対称な位置にあり、またAとCは長軸の両端である。$\overline{F_1P} = r_P$、$\overline{F_1Q} = r_Q$ であり、Pにおける惑星の速度を $\vec{v}_P$、Qにおける速度を $\vec{v}_Q$ とする。

楕円の性質として $r_P + r_Q = \overline{AC}$、$\theta_P + \theta_Q = 180°$ が成立する。

［Ⅱ］ 以下の問題の答を解答用紙の所定欄に記入せよ。

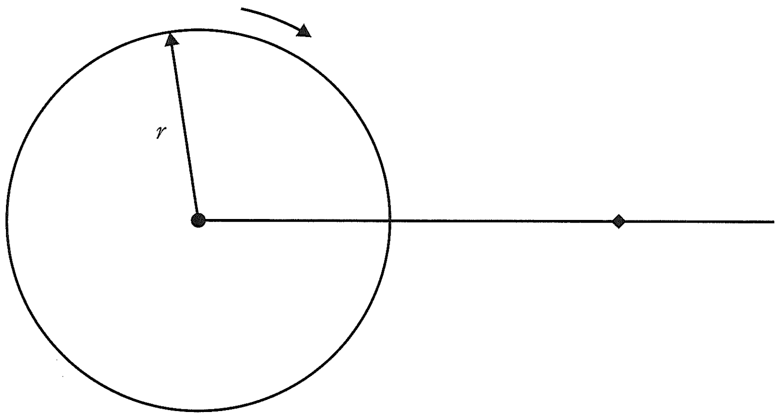
問 1 無風状態で、音源が観測者に一定の速さ v_0 で向かってくることを考えよう。音速を V_s（$v_0 < V_s$）、音源の振動数を f としたとき、観測者の聞く音の波長 λ は

$\lambda = \boxed{}$

とあらわせる。このとき音の振動数 f' は、V_s、v_0、f を用いて以下のようにあらわせる。

$f' = \boxed{}$

問 2 次に図Ⅱ－1のように半径 r の円軌道を音源（振動数 f）が一定の周期 T で回転している場合を考える。



図Ⅱ－1

観測者が図中の◆の位置にいるときに最も高い音が聞こえる音源の位置Aと最も低い音が聞こえる音源の位置Bを解答欄の図中に示せ。

問 3 このときの高い音の振動数と低い音の振動数を f、V_s、T、r を用いてあらわせ。

高い音の振動数 $= \boxed{}$

低い音の振動数 $= \boxed{}$

問 4 観測者が最も高い音を聞いた後、次に最も低い音を聞くまでの時間を t_0 とする。観測者から見て、最も高い音を聞く音源の位置と音源の運動の中心とのなす角が θ（単位ラジアン）であったとするとき、t_0 を T と θ を用いてあらわせ。

$t_0 = \boxed{}$

いま、音源が1周期6秒で回転していることがわかっている。観測者がいる位置で、高い音が聞こえた後、低い音が聞こえるまでの時間が2秒であった。このとき音源の中心から観測者までの距離はいくらか。r を用いて答えよ。

音源の中心から観測者までの距離 $= \boxed{}$

光も音と同様に波の性質を持っている。このことを参考にして以下の問に答えよ。

問 5　次に地球からはるか遠方にある連星を考える。連星とは、２つの恒星が互いに重力を及ぼしあって両者の重心を中心として回転運動をしているものである。ここでは簡単のために非常に重い星のまわりを比較的軽い星が完全な円運動をしているものと仮定して、以下の設問に答えよ。ただし、連星の回転運動の周期を T とし、連星系の重心が地球に対して静止しているものとする。更に地球の運動は考慮しなくてよい。また、この回転軌道と観測者は同一平面上にあるものとする。

上記の連星について、地球にいる観測者が軽い星からの水素のスペクトル線のうち波長 656 nm（$1\ \mathrm{nm} = 10^{-9}\ \mathrm{m}$）のものについて精密な測定を行ったところ、そのスペクトル線の波長のずれが、ある特徴的な変化をしていることに気づいた。

この観測者は水素のスペクトル線のずれにどのような特徴を見つけたのか、解答欄の図中にその概略を記入せよ。ただし、軽い星が地球にもっとも近い位置にいるときを時間軸の原点とし、縦軸については、波長が長波長側にずれる方向を正として解答せよ。

問 6　測定の結果、この軽い星が重い星のまわりを回る１周期が500時間であること、水素のスペクトルが 656 nm から最大 0.1 nm 変化していることが分かった。この測定結果と光の速さ（$3 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s}$）から、軽い恒星の軌道上での速さと軌道半径を有効数字一桁で求めよ。なお簡単のために、光のドップラー効果について知られている相対論的な効果を無視し、音と同じ考え方を用いて計算してよい。

速さ ＝ $\boxed{}$ m/s

軌道半径 ＝ $\boxed{}$ km

〔以　下　余　白〕