

2020 年度	
数	学
(問 題)	

〈R02143616〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および記述解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は 2 ～ 3 ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び記述解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて H B の黒鉛筆または H B のシャープペンシルで記入すること。
4. 記述解答用紙記入上の注意
 - (1) 記述解答用紙の所定欄(2カ所)に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

	万	千	百	十	一
(例) 3825 番⇒		3	8	2	5

- (5) 記述解答用紙の裏面に解答を記入しないこと。但し、裏面は計算のために使用してよいが、採点の対象とならない。
- (6) 記述解答用紙を折って使用する場合は、記述解答用紙にある指示に従うこと。
5. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き記述解答用紙を裏返しにすること。
6. いかなる場合でも、記述解答用紙は必ず提出すること。

1

ア

エ

にあてはまる数または式を記述解答用紙の所定欄に記入せよ.

- (1) m, n を正の整数とする. n 次関数 $f(x)$ が, 次の等式を満たしているとき, $f(x) =$ ア である.

$$\int_0^x (x-t)^{m-1} f(t) dt = \{f(x)\}^m$$

- (2) 整数 a, b, c, d は, 次の条件 (i), (ii), (iii) を満たしている.

(i) $3 \leq a < b < c < d$

(ii) $a-d, b-c$ は 3 の倍数

(iii) $c^a - b^d$ は 3 の倍数ではない

このとき, $a+b+c+d$ の最小値は イ である.

- (3) 次の条件 (i), (ii) を満たす実数 θ と数列 $\{a_n\}$ を考える.

(i) $0 < \theta < \frac{\pi}{2}, a_1 = \tan \theta, a_{2020} = 0$

(ii) すべての正の整数 n に対して, $a_n \neq \frac{1}{\tan \theta}, a_{n+1} = \frac{\tan \theta + a_n}{1 - a_n \tan \theta}$

このとき, θ の最小値は ウ である.

- (4) 四面体 $OABC$ において, $\cos \angle AOB = \frac{1}{5}, \cos \angle AOC = -\frac{1}{3}$ であり, 面 OAB と

面 OAC のなす角は $\frac{\pi}{2}$ である.

このとき, $\cos \angle BOC =$ エ である.

2 a, b を実数とし, x の 2 次関数 $f(x), g(x)$ を

$$f(x) = x^2 + ax + b, \quad g(x) = 4x(1 - x)$$

とする. 次の設問に答えよ.

- (1) $g(x) = x$ となる x の値をすべて求めよ.
- (2) 次の条件(*)を満たす $f(x)$ をすべて求めよ.

(*) $0 < \alpha < \frac{1}{2}$ である実数 α が存在して,

0 以上のすべての整数 n に対して, $f(g^n(\alpha)) = g^n(\alpha)$ となる.

ただし, $g^0(\alpha) = \alpha, g^{n+1}(\alpha) = g(g^n(\alpha))$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) とする.

3 $\{x_n\}$ を数列とする. $1 \leq k \leq l$ である整数 k, l に対して, $\{x_n\}$ の第 k 項から第 l 項まで

の平均 $\frac{1}{l-k+1} \sum_{i=k}^l x_i$ を, $m(k, l)$ と表す.

数列 $\{x_n\}$ に対して, 次の条件(*)を満たす 1 以上 100 以下の整数 t 全体の集合を $S(\{x_n\})$ とする.

(*) $1 \leq k \leq t$ であるすべての整数 k に対して, $m(k, t) \geq 40$

次の設問に答えよ.

- (1) 数列 $\{x_n\}$ が, すべての正の整数 n に対して, $x_n = n$ であるとき, $S(\{x_n\})$ の要素の個数を求めよ.
- (2) $1 \leq k \leq l \leq 100$ である整数 k, l が, 次の条件(i), (ii)を満たすとする.
(i) $k \neq 1$ のとき, $k-1 \in S(\{x_n\})$
(ii) $k \leq j \leq l$ であるすべての整数 j に対し, $j \notin S(\{x_n\})$
このとき, $m(k, l) < 40$ であることを示せ.
- (3) 数列 $\{x_n\}$ が, すべての正の整数 n に対して, $0 \leq x_n \leq 100$ であり, $m(1, 100) \geq 50$ であるとき, $S(\{x_n\})$ の要素の個数の最小値を求めよ.

[以 下 余 白]