

数 学

(問 題)

2019年度

〈2019 H31133620〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は3～7ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. マーク解答用紙記入上の注意
 - (1) 印刷されている受験番号が、自分の受験番号と一致していることを確認したうえで、氏名欄に氏名を記入すること。
 - (2) マーク欄にははっきりとマークすること。また、訂正する場合は、消しゴムで丁寧に、消し残しがないようによく消すこと。

マークする時	☒ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☐ 悪い	☐ 悪い

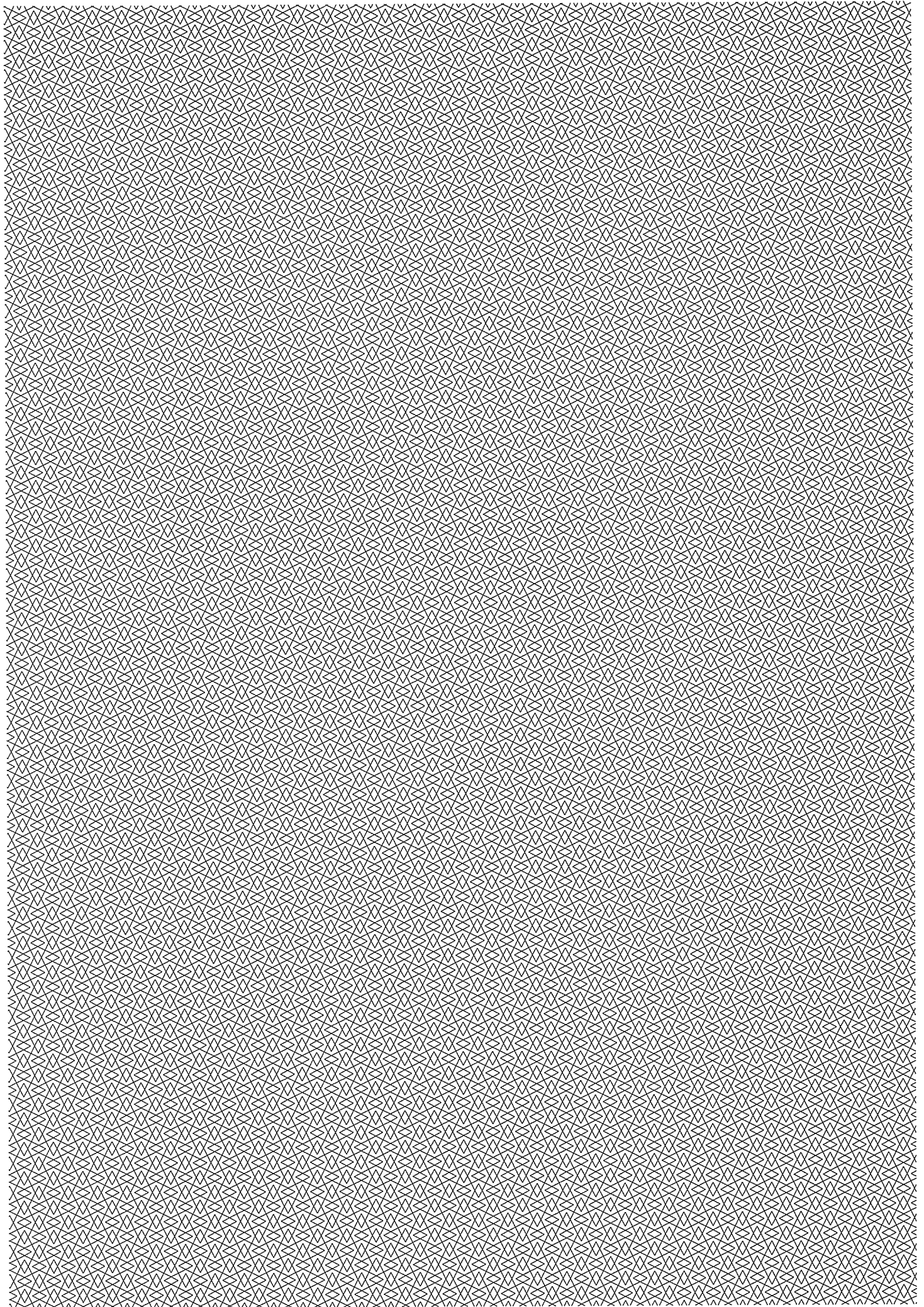
5. 問1から問5までの ア , イ , ウ , …にはそれぞれ, -49, -48, …, -2, -1, 0, 1, 2, …, 48, 49のいずれかの数が当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙のア、イ、ウ、…で示された欄にマークして答えること。

例. アに3, イに-5, ウに30, エに-24, オに0と答えたいとき。

	—	十 の 位				— の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

例. カ $x +$ キ に $-x-1$ と答えるときは, カ に -1, キ に -1 を入れること。

6. (1) 分数の分母はできるだけ小さな自然数で解答すること。
(2) 根号の中はできるだけ小さな自然数で解答すること。
7. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
8. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
9. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。



問 1. $k > 0$ に対して

$$f(x) = \frac{4^x}{k^2} + \frac{k^2}{4^x} - 2 \left(\frac{2^x}{k} + \frac{k}{2^x} \right)$$

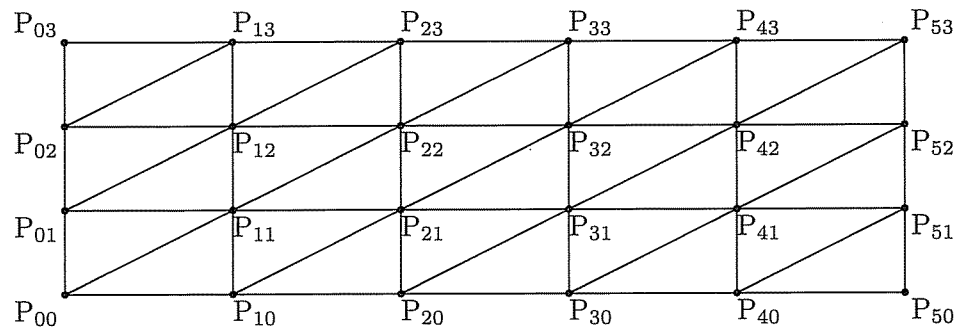
とする.

$t = \frac{2^x}{k} + \frac{k}{2^x}$ とおくと, t の最小値は $\boxed{\text{ア}}$ であり, 関数 $f(x)$ の最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である.
また,

$$g(x) = 9^{x-1} \left(\log_2 \sqrt[3]{3} \right)^{2x} + 9^{1-x} (\log_3 8)^{2x} - 5 \left\{ 3^{x-1} \left(\log_2 \sqrt[3]{3} \right)^x + 3^{1-x} (\log_3 8)^x \right\}$$

とすると, 関数 $g(x)$ の最小値は $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$ である.

問 2. 地点 P_{ij} ($i = 0, 1, 2, 3, 4, 5, j = 0, 1, 2, 3$) が下の図のような道で結ばれている. この道を, 始点 P_{00} から終点 P_{53} まで, 各地点で「上方向」, 「右方向」, 「右上方向」のいずれかの方向を選びながら進む.



- (1) 中間点 P_{41} を通る経路の数は オ 通りである.
- (2) 中間点 P_{12} を通る経路の数は カ 通りである.
- (3) すべての経路のうち, 1 回も右上方向に進まない経路を選ぶ確率は, $\frac{\text{キ}}{\text{ク}}$ である.

問 3. 三角形 ABC において, $AB = 2$, $AC = 3$, $BC = 4$ とする. 三角形 ABC の外接円の中心を P, 内接円の中心を I とするとき,

$$\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{\text{ケ}} \overrightarrow{AB} + \boxed{\text{コ}} \overrightarrow{AC}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である. また,

$$IP = \frac{\boxed{\text{シ}} \sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である.

問 4. $0 \leq x \leq 1$ について

$$f(x) = \left| -|3x - 1| + 1 \right|$$

とする. $0 < a < 3, 0 < b \leq 1$ に対して

$$\int_0^b \{f(x) - ax\} dx = 0$$

であるとする.

(1) $\frac{1}{3} < b \leq \frac{2}{3}$ のとき, a, b は

$$(3a + \boxed{\text{ソ}}) b^2 + \boxed{\text{タ}} b + \boxed{\text{チ}} = 0$$

を満たす.

(2) $\frac{2}{3} < b \leq 1$ のとき, a, b は

$$(a + \boxed{\text{ツ}}) b^2 + \boxed{\text{テ}} b + \boxed{\text{ト}} = 0$$

を満たす.

(3) $a = \frac{7}{3}$ のとき, $b = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である.

問 5. 次の問いに答えよ.

- (1) $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して, 1 次関数 $f_n(x) = x - a_n$ と 2 次関数 $g_n(x) = x^2 - b_n x$ を

$$\begin{aligned} f_1(x) &= x - \frac{1}{2} \\ g_n(x) &= x^2 - \left\{ \int_0^1 |f_n(t)| dt \right\} x \\ f_{n+1}(x) &= x - \int_0^1 g_n(t) dt \end{aligned}$$

と定める. このとき,

$$b_2 = \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}} + \frac{1}{576}, \quad a_3 = \frac{\boxed{\text{ノ}}}{\boxed{\text{ハ}}} - \frac{1}{1152}$$

である.

- (2) 1 次関数 $f(x) = x - a$ と 2 次関数 $g(x) = x^2 - bx$ が

$$\begin{aligned} f(x) &= x - \int_0^1 g(t) dt \\ g(x) &= x^2 - \left\{ \int_0^1 |f(t)| dt \right\} x \end{aligned}$$

を満たすとき,

$$b = \frac{\boxed{\text{ヒ}} + \boxed{\text{フ}} \sqrt{\boxed{\text{ヘ}}}}{\boxed{\text{ホ}}}$$

である.

[以 下 余 白]

