

2019年度
数 学
(問 題)

〈H31133616〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および記述解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は2～3ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および記述解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 記述解答用紙記入上の注意
 - (1) 記述解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

	万	千	百	十	一
(例) 3825番⇒		3	8	2	5

- (5) 記述解答用紙の裏面に解答を記入しないこと。但し、裏面は計算のために使用してよいが、採点の対象とならない。
- (6) 記述解答用紙を折って使用する場合は、記述解答用紙にある指示に従うこと。
5. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き記述解答用紙を裏返しにすること。
6. いかなる場合でも、記述解答用紙は必ず提出すること。

1 ア ~ エ に当てはまる数または式を記述解答用紙の所定欄に記入せよ.

(1) α, β を実数とする.

$$2 \cos \alpha \sin \beta + 3 \sin \alpha \sin \beta + 4 \cos \beta$$

の最小値は ア である.

(2) a を実数とする. 関数 $f(x) = x^2 + a$ に対し, 方程式

$$f(f(x)) = x$$

の実数解の個数が, ちょうど 2 つとなる定数 a の取り得る値の範囲は イ である.

(3) x の整式で表された関数 $P(x)$ は, 次の条件を満たしている.

(i) $P(1) = 1$

(ii) すべての実数 x に対し, $x \int_1^x P(t) dt = (x-2) \int_1^{x+1} P(t) dt$

このとき $P(x) =$ ウ である.

(4) 次の条件を満たす整数 n を 100 で割った余りは エ である.

$$n \leq (5 + 2\sqrt{5})^{2019} < n + 1$$

- 2 座標平面上において、
放物線 $y = x^2$ 上の点を P, 円 $(x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 1$ 上の点を Q,
直線 $y = x - 4$ 上の点を R とする.

次の設問に答えよ.

- (1) QR の最小値を求めよ.
- (2) PR + QR の最小値を求めよ.

- 3 各項が整数である数列 $\{a_n\}$ が, 次の条件を満たしている.

- (i) $0 < a_n < a_{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)
- (ii) すべての正の整数 n に対し, $a_n - n^2$ は 5 の倍数
- (iii) $a_{2019} = 6056$

次の設問に答えよ.

- (1) a_4 を 5 で割った余りを求めよ.
- (2) $a_n = 2021$ となる正の整数 n を求めよ.

[以 下 余 白]

