

数 学

(問 題)

2018年度

〈H30121121〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は4～6ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 記述解答用紙記入上の注意
 - (1) 記述解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

(例)	3825番⇒	万	千	百	十	一
		3	8	2	5	

5. 各問題の にあてはまる数値または式などを解答欄に記入せよ。答の $\sqrt{\quad}$ の中はできるだけ簡単にしておくこと。また、分数は、それ以上約分できない形で答えよ。
6. 途中式や計算は解答用紙には書かないこと。
7. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
8. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
9. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
10. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

問 1. 次の問いに答えよ。

(1) x と y を $xy + 2x - 4y = 2$ を満たす正の整数とすると、 xy の最大値は ア である。

(2) 関数

$$f(x) = (x + 2)|x - 5|$$

について考える。 x の方程式 $f(x) = k$ が 3 個の異なる実数解をもつとき、定数 k の値の範囲は イ $< k <$ ウ である。

問 2. 次の問いに答えよ。

- (1) p を実数の定数とする。 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{3}$ における θ の関数

$$y = \cos 2\theta - 2p \cos \theta + p^2$$

の最大値と最小値をそれぞれ $M(p)$ と $m(p)$ とする。

- (i) p が実数全体を動いたときの関数 $M(p)$ を求めると

$$p \leq \boxed{\text{エ}} \quad \text{のとき} \quad M(p) = \boxed{\text{オ}}$$

$$\boxed{\text{エ}} < p \quad \text{のとき} \quad M(p) = \boxed{\text{カ}}$$

である。

- (ii) p が実数全体を動いたときの関数 $m(p)$ を求めると

$$p \leq \boxed{\text{キ}} \quad \text{のとき} \quad m(p) = \boxed{\text{ク}}$$

$$\boxed{\text{キ}} < p \leq \boxed{\text{ケ}} \quad \text{のとき} \quad m(p) = \boxed{\text{コ}}$$

$$\boxed{\text{ケ}} < p \quad \text{のとき} \quad m(p) = \boxed{\text{サ}}$$

である。

- (2) 点 $A(1, 0, 0)$ を通り、ベクトル $(1, 1, -2)$ に平行な直線を ℓ_1 とし、点 $B(2, 0, 1)$ を通り、ベクトル $(1, 2, -3)$ に平行な直線を ℓ_2 とする。また、2 直線 ℓ_1, ℓ_2 の両方に垂直に交わる直線を ℓ_3 とする。直線 ℓ_1 と直線 ℓ_3 との交点を点 C 、直線 ℓ_2 と直線 ℓ_3 との交点を点 D とする。

- (i) 点 C と点 D の座標は、それぞれ

$$C(\boxed{\text{シ}}, \boxed{\text{ス}}, \boxed{\text{セ}}), D(\boxed{\text{ソ}}, \boxed{\text{タ}}, \boxed{\text{チ}})$$

である。

- (ii) 四面体 $ABCD$ の体積は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

問 3. m は実数の定数とし、 x の 3 次方程式 $x^3 - 3mx + m - 3 = 0$ が 3 個の異なる実数解 α, β, γ をもつとする。次の問いに答えよ。

- (1) m の範囲は である。
- (2) $\alpha < \beta < \gamma$ とする。このとき、
- (i) α の範囲は である。
- (ii) β の範囲は である。
- (iii) γ の範囲は である。

問 4. 3 つの箱 A, B, C がある。箱 A, 箱 B, 箱 C には、それぞれ 5 個, 4 個, 4 個の玉が次のように入っている。箱 A には緑玉が 2 個, 赤玉が 3 個入っている。箱 B には緑玉が 1 個, 赤玉が 2 個, 白玉が 1 個入っている。箱 C には緑玉が 3 個, 白玉が 1 個入っている。以下の手順で玉 1 個を選ぶ。

アルファベット A, B, C が 1 つずつ記入された 3 枚のカードがある。これらのカードから 1 枚を引き、そのカードに書かれているアルファベットの箱から玉 1 個を取り出す。

次の問いに答えよ。

- (1) 取り出した玉が緑玉である確率は である。
- (2) 取り出した玉が緑玉であるとき、この玉が箱 C から取り出された確率は である。
- (3) 取り出した玉が緑玉であるとき、この玉が箱 B から取り出された確率を p とする。取り出した玉が赤玉であるとき、この玉が箱 B から取り出された確率を q とする。 p は q の 倍である。

[以 下 余 白]

