2018年度

数　　学

（問　題）

〈H30123616〉

注　意　事　項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および記述解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は２～３ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および記述解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべてＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルで記入すること。
4. 記述解答用紙記入上の注意
   (1) 記述解答用紙の所定欄（２カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
   (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
   (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

   (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「０」を記入しないこと。

（例） 3825番⇒

万	千	百	十	一
	3	8	2	5

   (5) 記述解答用紙の裏面に解答を記入しないこと。但し、裏面は計算のために使用してよいが、採点の対象とならない。
   (6) 記述解答用紙を折って使用する場合は、記述解答用紙にある指示に従うこと。
5. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き記述解答用紙を裏返しにすること。
6. いかなる場合でも、記述解答用紙は必ず提出すること。

$\boxed{1}$ $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{エ}$ にあてはまる数または式を記述解答用紙の所定欄に記入せよ．

(1)　a, k を実数とする．実数 x についての方程式

$$|x-1| - ax + k^2 + ak - 2 = 0$$

が，定数 a がどのような実数であっても必ず解をもつような k の最大値は $\boxed{ア}$ である．

(2)　次の条件を満たす正の整数の組 (a, b, n) は $\boxed{イ}$ である．

$$n \geqq 2, \qquad b \text{ は素数}, \qquad a^2 = b^n + 225$$

(3)　正の整数 m と，定数関数でない x の整式で表された関数 $P(x)$ が，次の条件を満たしている．

$$\text{すべての実数 } x \text{ に対して，} \quad \int_0^x \{P(t)\}^m dt = P(x^3) - P(0)$$

このとき $P(x) = \boxed{ウ}$ である．

(4)　実数全体の集合を定義域とする定数関数でない x の関数 $f(x)$ が，次の条件

$$\text{すべての実数 } x \text{ に対して，} \ f(-x) = -f(x),\ f(1+x) = f(1-x)$$

を満たしている．このとき，次の条件

$$\text{すべての実数 } x \text{ に対して，} \ f(x+m) = f(x)$$

を満たすような正の整数 m の最小値は $\boxed{エ}$ である．

2 実数 x に対して, 数列 $\{a_k(x)\}$ を次で定義する.

$$a_1(x) = x,\ \ a_{k+1}(x) = 2a_k(x) - [2a_k(x)] \quad (\ k = 1, 2, 3, \cdots\ )$$

ただし, 実数 x に対して $[x]$ は x 以下の最大の整数を表す. 正の整数 n に対して, S_n を次の条件 $(*)$ を満たす有理数 $\dfrac{i}{n}$ （iは1以上 $n-1$以下の整数）全体の集合とする.

$(*)$ ある正の整数 k が存在して, $a_k(\dfrac{i}{n}) = 0$

次の設問に答えよ.

(1) S_{12} を求めよ.

(2) $S_1,\ S_2,\ S_3,\ \cdots,\ S_{2018}$ の少なくとも 1 つに属する要素全体の集合を T とするとき, T の要素の個数を求めよ.

3 原点を $\mathrm{O}(0,0)$ とする座標平面上の 9 点を,

$$\mathrm{P}_k(\cos\frac{2\pi k}{9},\ \sin\frac{2\pi k}{9}) \quad (\ k = 1, 2, 3, \cdots, 9\ )$$

とする. 異なる 2 点の組 $(\mathrm{P}_i,\ \mathrm{P}_j)$ に対して, 点 A_n （$n = 1, 2, 3, \cdots$）を次で定義する.

(i) $(\mathrm{A}_1,\ \mathrm{A}_2) = (\mathrm{P}_i,\ \mathrm{P}_j)$

(ii) 直線 OA_n は線分 $\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{A}_{n+2}$ の垂直二等分線 （$n = 1, 2, 3, \cdots$）

次の設問に答えよ.

(1) $(\mathrm{A}_1,\ \mathrm{A}_2) = (\mathrm{P}_1,\ \mathrm{P}_2)$ とする. $\mathrm{A}_{15} = \mathrm{P}_k$ のとき, k を求めよ.

(2) すべての正の整数 n に対して, $\mathrm{A}_n \neq \mathrm{P}_1$ となるような, 組 $(\mathrm{A}_1,\ \mathrm{A}_2)$ の個数を求めよ.

〔以　下　余　白〕