数　学

（問　題）

2018年度

〈2018　H30120111〉

注　意　事　項

1. 試験開始の指示があるまで，問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は２，４，６ページに記載されている。その他のページは計算用として使ってよい。試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて，ＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルで記入すること。コンパス，定規は使用してもよい。
4. 記述解答用紙記入上の注意
   (1) 記述解答用紙の所定欄（２カ所）に，氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
   (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
   (3) 受験番号の記入にあたっては，次の数字見本にしたがい，読みやすいように，正確に丁寧に記入すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

   (4) 受験番号は右詰めで記入し，余白が生じる場合でも受験番号の前に「０」を記入しないこと。

	万	千	百	十	一
（例）　3825番⇒		3	8	2	5

5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 試験終了の指示が出たら，すぐに解答をやめ，筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
7. いかなる場合でも，解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

問1　次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

（1）　半径 1 の円に外接する正六角形の面積を求めよ。

（2）　$x \geqq 1$，$y > 1$，$xy = 4$ のとき，$z = (\log_2 x)^2 (\log_2 2y)$ のとりうる値の範囲を求めよ。

（3）　100 人のテストの得点のデータをみると，25 人が 0 点，75 人が 100 点であった。このデータの平均値と標準偏差を求めよ。

問2　a，b $(a > b > 0)$ を定数とし，x-y 平面上に 2 点 $\mathrm{A}(0, a)$，$\mathrm{B}(b, 0)$ をとる。そして，点 P は線分 AB を 1 辺とする正方形の周および内部の点とする。原点 $\mathrm{O}(0, 0)$ がこの正方形の外部の点であるとき，次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

（1）　この正方形の A，B 以外の 2 頂点の座標をそれぞれ a，b の式で表せ。

（2）　線分 OP の長さの最大値を a，b の式で表せ。

（3）　線分 OP の長さの最小値を a，b の式で表せ。

問3　A社はチョコレートを販売している。販売個数 y 個 (y は1以上の整数) は，販売価格 p 円（1個当たりの値段）に対して以下で定められる。

$$y = 10 - p$$

このとき次の各問に答えよ。ただし,（1）については答のみ解答欄に記入せよ。

（1）　A社の売上が最大となる販売価格 p の値，および，そのときの販売個数 y の値を求めよ。ただし，売上とは販売価格と販売個数の積とする。

（2）　y 個のチョコレートの販売にかかる総費用 $c(y)$ は,

$$c(y) = y^2$$

で表される。このとき，A社の利益（売上から総費用を引いた差）が最大となる販売価格 p の値，および，そのときの販売個数 y の値を求めよ。

（3）　（2）において，総費用 $c(y)$ が変化し,

$$c(y) = y^2 + 20y - 20$$

となったとき，A社の利益が最大となる販売価格 p の値，および，そのときの販売個数 y の値を求めよ。

問4　実数 a，b に対して，2次方程式 $x^2 - ax - b = 0$ の解を α，β とする。このとき次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。ただし，複素数 z に対して，$|z| = \sqrt{z\bar{z}}$（$\bar{z}$ は z と共役な複素数）である。

（1）　α，β が実数で，$|\alpha| < 1$ かつ $|\beta| < 1$ のとき，a，b が満たす不等式の表す領域を a-b 平面上に図示せよ。

（2）　α が虚数のとき，$|\alpha|$ を求めよ。

（3）　α，β が虚数で，$|\alpha| < 1$ かつ $|\beta| < 1$ のとき，a，b が満たす不等式の表す領域を a-b 平面上に図示せよ。

問５　ある競技の大会に A，B，C，D の４チームが参加し，２チームずつが試合をする。このうちチーム A は，他のチームに対して確率 $p\ (0 < p < 1)$ で勝つ。その他の３チーム B，C，D の強さはすべて同じであり，勝つ確率は $\dfrac{1}{2}$ である。試合に引き分けはないものとする。

この４チームが総当たりのリーグ戦を行う。すなわち，すべてのチームが３試合を行い，総勝利数が最も多いチームを優勝とする。総勝利数が最も多いチームが複数ある場合には，そのすべてのチームを優勝とする。このとき次の各問に答えよ。ただし，（１）については答のみ解答欄に記入せよ。

（１）　チーム A が全勝して優勝する確率を求めよ。

（２）　チーム A が２勝１敗で優勝する確率を求めよ。

（３）　チーム A が１勝２敗で優勝する確率を求めよ。

（４）　チーム A が優勝する確率の高い競技方式は，総当たりのリーグ戦と勝ち残りのトーナメント戦のどちらか。まず結論を示し，次にその理由を述べよ。ただし，勝ち残りのトーナメント戦とは，２試合の準決勝を行い，それぞれで勝った２チームが決勝で戦い優勝を決める競技方式を指す。

〔以　下　余　白〕