

数 学
(問 題)

2017年度

〈H29111121〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は4~7ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、H Bの黒鉛筆またはH Bのシャープペンシルで記入すること。
4. 記述解答用紙記入上の注意
 - (1) 記述解答用紙の所定欄(2カ所)に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を書いてはならない。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数 字 見 本	0		1		2		3		4		5		6		7		8		9
---------	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---	--	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

万	千	百	十	一
(例) 3825番⇒	3	8	2	5

5. 各問題の□にあてはまる数値または式などを解答欄に記入せよ。答の√の中はできるだけ簡単にしておくこと。また、分数は、それ以上約分できない形で答えよ。
6. 途中式や計算は解答用紙には書かないこと。
7. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
8. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
9. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

問 1.

- (1) 一辺の長さが 6 である正三角形 ABC の外接円 O の弧 AB (ただし短いほうの弧) の上に, 弧 AP : 弧 PB = 1 : 3 となる点 P をとる。点 P における円 O の接線と線分 CB の延長との交点を Q とするとき, $\angle PQB$ の大きさは 度であり, 線分 PQ の長さは である。
- (2) $AB = 4$, $BC = 6$, $CA = 5$ である三角形 ABCにおいて, $\angle BAC$ の二等分線と辺 BC との交点を D, $\angle BCA$ の二等分線と辺 AB との交点を E, 線分 AD と線分 CE との交点を I とするとき, 次の問い合わせに答えよ。
- (i) $\cos \angle BAC$ の値は である。
 - (ii) 三角形 ABC の面積は である。
 - (iii) 線分 BD の長さは である。
 - (iv) 三角形 AEI の面積は である。

問2. xy 平面で、次の2直線を考える。

$$\ell_1: ax - y - a = 0$$

$$\ell_2: (a-1)x - (a+1)y + a + 1 = 0$$

a の値にかかわらず、直線 ℓ_1 は定点を通る。この点を A とする。 a の値にかかわらず、直線 ℓ_2 は定点を通る。この点を B とする。また、直線 ℓ_1 と直線 ℓ_2 との交点を C とする。実数 a が $a > 1$ の範囲を動くとき、次の問い合わせに答えよ。

- (1) 定点 A, B の座標は、それぞれ A([キ] , [ク]) と B([ケ] , [コ]) である。
- (2) 直線 ℓ_1 と直線 ℓ_2 とのなす角を鋭角で求めると [サ] 度である。
- (3) 点 C が描く曲線に両端を入れて考えると、その長さは [シ] である。
- (4) 三角形 ABC の面積の最大値は [ス] である。

問 3.

(1) 不等式

$$\frac{1}{4} \log_{\frac{1}{3}}(3-x) < \log_9(x-1)$$

を満たす x の範囲は、 セ ソ である。

(2) 三次関数

$$y = f(x) = x^3 - 4x$$

に対して、次の問い合わせに答えよ。

(i) 点 $(1, -4)$ から曲線 $y = f(x)$ に引いた接線のうち、傾きが正の値となるものの方程式は、

$$y = \text{タ}$$

である。

(ii) (i) で求めた接線と曲線 $y = f(x)$ との共有点のうち、接点以外の点の座標は、 $(x, y) = (\text{チ}, \text{ツ})$ である。

(3) 放物線 $C: y = x^2$ 上に 2 点 $A(-1, 1)$ と $B(2, 4)$ をとる。放物線 C 上の点 P は、2 点 A と B の間を動くものとする。座標平面の原点を O とするとき、次の問い合わせに答えよ。

(i) $\angle APB = 90$ 度となるような点 P の x 座標は テ である。

(ii) $AP = BP$ となるような点 P の x 座標は ト である。

(iii) 曲線 C と線分 AP で囲まれる図形と、曲線 C と線分 BP で囲まれる図形の面積の和が最小となるような点 P の x 座標は ナ である。

(iv) $\tan \angle OAP = \frac{1}{2}$ となるような点 P の x 座標は ニ である。

問4. n は 2 以上の自然数とする。1 から n までの自然数をそれぞれひとつずつ書いた n 枚のカードが、中の見えない箱に入っている。まず一枚のカードを取り出し、その数字を確認する。取り出したカードは戻さずに、次に 2 枚目のカードを取り出し、その数字を確認する。この作業を繰り返し、直前に取り出したカードの数字より大きい数字が出たときに、景品がもらえることとする。景品がもらえた時点で、作業を終了する。このとき、次の問い合わせに答えよ。

- (1) 2 枚目のカードを取り出したときに景品がもらえる確率は ヌ である。
- (2) この作業が n 枚目のカードまで続き、最後の n 枚目のカードを取り出したときにも景品がもらえない確率は ネ である。
- (3) $n = 6$ とする。5 枚目のカードを取り出したときに景品がもらえたとき、最後(5 枚目)のカードの数字が 6 である条件つき確率は ノ である。

[以 下 余 白]

