

2017年度
数 学
(問 題)

〈H29113616〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および記述解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は2～3ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および記述解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべてHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 記述解答用紙記入上の注意
 - (1) 記述解答用紙の所定欄（2カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
 - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を書いてはならない。
 - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数 字 見 本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

(例) 3825番⇒	万	千	百	十	一
	3	8	2	5	

- (5) 記述解答用紙の裏面に解答を記入しないこと。但し、裏面は計算のために使用してよいが、採点の対象とならない。
- (6) 記述解答用紙を折って使用する場合は、記述解答用紙にある指示に従うこと。
5. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き記述解答用紙を裏返しにすること。
6. いかなる場合でも、記述解答用紙は必ず提出すること。

1**ア****オ**

にあてはまる数または式を記述解答用紙の所定欄に記入せよ。

- (1) xy 平面において、関数

$$y = f(x) = \frac{1}{2} \int_{x-1}^{x+1} ||t| - 1| dt$$

のグラフと直線 $y = 1$ で囲まれた部分の面積は **ア** である。

- (2) a, b, c は整数とする。4 次方程式

$$x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 3 = 0$$

の実数解が 1 と 3 となるような a の最大値は **イ** で、最小値は **ウ** である。

- (3) 三角形 ABC において、 $AB = 3$, $BC = 4$, $CA = 5$ である。三角形 ABC の内部の点 O から線分 AB に下ろした垂線と線分 AB との交点を P, 点 O から線分 BC に下ろした垂線と線分 BC との交点を Q, 点 O から線分 CA に下ろした垂線と線分 CA との交点を R とする。 $OP^2 + OQ^2 + OR^2$ が最小となるときの、 $OR =$ **エ** である。

- (4) 実数 a, b に対し、 $\max\{a, b\}$ を次のように定める。

$$a \geq b \text{ のとき, } \max\{a, b\} = a$$

$$a < b \text{ のとき, } \max\{a, b\} = b$$

次の条件 (*) を満たす整数 k の最大値は **オ** である。

$$(*) \text{ すべての整数 } n \text{ に対して, } \max\{10^{-k}2^n, 10^{100}3^{-n}\} \geq 1$$

ただし、 $0.301 < \log_{10} 2 < 0.3011$, $0.4771 < \log_{10} 3 < 0.4772$ である。

2

正の整数 n に対して, $p_n = [\sqrt[3]{n}]$ とする. ただし, 実数 x に対し, $[x]$ は x 以下の最大の整数を表す. 例えば, $[1.5] = 1$, $[3] = 3$ である. 次の設問に答えよ.

- (1) $[\sqrt[3]{n}] = 2$ となる正の整数 n で, 4 の倍数であるものをすべて求めよ.
- (2) 10^6 以下の正の整数 n で, p_n^2 の倍数であるものの個数を求めよ.
- (3) 正の整数 n に対して, 整数 q_n を

n が p_n^2 の倍数でないとき, 0

n が p_n^2 の倍数であるとき, n を $p_n(p_n + 1)$ で割ったときの余り

と定義する.

$$S = \sum_{n=1}^{10^6} q_n = q_1 + q_2 + q_3 + \cdots + q_{10^6}$$

を求めよ.

3

n を正の整数とする. 次の条件 (*) を満たす x についての n 次式 $P_n(x)$ を考える.

(*) すべての実数 θ に対して, $\cos n\theta = P_n(\cos \theta)$

次の設問に答えよ.

- (1) $n \geq 2$ のとき, $P_{n+1}(x)$ を $P_n(x)$ と $P_{n-1}(x)$ を用いて表せ.
- (2) $P_n(x)$ の x^n の係数を求めよ.
- (3) $\cos \theta = \frac{1}{10}$ とする. $10^{1000} \cos^2(500\theta)$ を 10 進法で表したときの, 一の位の数字を求めよ.

[以下 余 白]