数　学
(問　題)
2016年度

〈H28101121〉

注　意　事　項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は４～６ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、ＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルで記入すること。
4. 記述解答用紙記入上の注意
   (1) 記述解答用紙の所定欄（２カ所）に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
   (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を書いてはならない。
   (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

   (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

(例) 3825番⇒

万	千	百	十	一
	3	8	2	5

5. 各問題の $\boxed{}$ にあてはまる数値または式などを解答欄に記入せよ。答の $\sqrt{}$ の中はできるだけ簡単にしておくこと。また、分数は、それ以上約分できない形で答えよ。
6. 途中式や計算は解答用紙には書かないこと。
7. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
8. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
9. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

問 1.

(1) 直線 $-2x+4y+5=0$ を ℓ とする。点 A(2,4) を通り, 直線 ℓ に垂直な直線を m とし, 同じく点 A を通り, x 軸に平行な直線を n とする。直線 ℓ と直線 m の交点を B とし, 直線 ℓ と直線 n の交点を C とするとき, 次の各問いに答えよ。

(i) 点 B の座標は ($\boxed{ア}$, $\boxed{イ}$) である。

(ii) 線分 AB の長さは $\boxed{ウ}$ である。

(iii) 直線 ℓ 上で線分 CB を 2 : 1 に外分する点を D とし, 直線 m 上で線分 AB を 3 : 2 に外分する点を E とするとき, 四角形 ACED の面積は $\boxed{エ}$ である。

(2) 座標平面上に定点 A$(-1,0)$ と B$(1,0)$ が与えられているとし, 動点 P,Q は, それぞれ A および B とは一致しないところを動くものとするとき, 次の各問いに答えよ。

(i) 点 P(x,y) が $\angle \mathrm{APB}=90^\circ$ を満たすように動くとき, 点 P の y 座標の最大値は $\boxed{オ}$ である。

(ii) 点 Q(x,y) が $\angle \mathrm{AQB}=120^\circ$ を満たすように動くとき, 点 Q の y 座標の最大値は $\boxed{カ}$ であり, また, 点 Q が動いてできる曲線に 2 点 A,B を付け加えた曲線を C とすると, 曲線 C が囲む部分の面積は $\boxed{キ}$ である。

(3) a を正の実数とし, $a \neq \frac{1}{2}$ であるとする。曲線 $C: y=x^2-2x$ 上の 2 点 P,Q を考える。点 P の座標を $(\frac{3}{2},-\frac{3}{4})$ とし, 点 Q の座標を $(a+1, a^2-1)$ とする。点 P を通り P における C の接線に直交する直線を ℓ とし, 点 Q を通り Q における C の接線に直交する直線を m とする。2 直線 ℓ と m の交点が曲線 C 上にあるとき, 次の各問いに答えよ。

(i) a の値は $\boxed{ク}$ である。

(ii) 2 直線 ℓ, m と曲線 C とで囲まれた領域で $x \geqq 0$ を満たす部分の面積は $\boxed{ケ}$ である。

問 2.

(1) 負でない実数の数列 $a_1, a_2, \ldots$ は, すべての $n = 1, 2, \ldots$ に対して

$$a_{n+1} = \sqrt{a_n}$$

を満たしているとする。このとき, 次の各問いに答えよ。

(i) $a_1 = 256$ であるとき, a_4 は $\boxed{\text{コ}}$ であり, $2^{-\frac{1}{100}} \leqq a_n \leqq 2^{\frac{1}{100}}$ を満たす最小の自然数 n は $\boxed{\text{サ}}$ である。

(ii) $a_1 = \frac{1}{256}$ であるとき, a_4 は $\boxed{\text{シ}}$ であり, $2^{-\frac{1}{100}} \leqq a_n \leqq 2^{\frac{1}{100}}$ を満たす最小の自然数 n は $\boxed{\text{ス}}$ である。

(iii) $a_1 = a_2 = a_3 = \cdots$ となるような初項 a_1 は $\boxed{\text{セ}}$ 個存在する。

(2) 1つのサイコロを何回か投げる場合を考える。4回投げたとき, 1または2の目が奇数回出る確率は $\boxed{\text{ソ}}$ である。また, n 回投げたときに1または2の目が奇数回出る確率を p_n とするとき, p_n を n の式で表すと $\boxed{\text{タ}}$ である。

問 3. 同じ大きさのカードが 8 枚ある。カードそれぞれに 1 から 8 までの整数がひとつ書かれており, それぞれの整数は 1 枚にのみ書かれている。壺にこれら 8 枚のカードを入れる。

(1) この壺から無作為に 3 枚のカードを同時に引く。引いたカードの 2 枚には, 1, 2, 3 のうちのどれかふたつの数字が書かれており, かつ, 残りの 1 枚には, 4 から 8 までのどれかひとつの数字が書かれている確率は $\boxed{\text{チ}}$ である。

(2) (1) で引いたカードをすべて壺に戻す。壺から無作為に 3 枚のカードを同時に引き, それらを戻さずに, 続けて無作為に 2 枚のカードを同時に引く。最初に引いた 3 枚のカードには, 1, 2, 3 のうちのどれかふたつの数字と, 4 から 8 までのどれかひとつの数字が書かれており, かつ, 最後に引いた 2 枚のカードには, 7, 8 のうちのどれかひとつの数字と, 1 から 6 までのどれかひとつの数字が書かれている確率は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

(3) (2) で引いたカードをすべて壺に戻す。次に, 8 個の箱を横に並べ, 左から順に 1 から 8 までの番号をつける。壺から 1 枚ずつカードを無作為に引き, 引いた順番と同じ番号の箱にカードを入れていく。例えば, 3 枚目に引いたカードは番号 3 の箱に入れる。このとき, 奇数が書かれているすべてのカード（1, 3, 5, 7 の 4 枚）は, カードの数字と同じ番号の箱に入り, かつ, 偶数が書かれているすべてのカード（2, 4, 6, 8 の 4 枚）は, カードの数字と異なる番号の箱に入っている確率は $\boxed{\text{テ}}$ である。

〔以　下　余　白〕