

数 学

(問 題)

2016年度

〈2016 H28103620〉

注 意 事 項

- 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
- 問題は3～8ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
- 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
- マーク解答用紙記入上の注意
 - 印刷されている受験番号が、自分の受験番号と一致していることを確認したうえで、氏名欄に氏名を記入すること。
 - マーク欄にははっきりとマークすること。また、訂正する場合は、消しゴムで丁寧に、消し残しがないようによく消すこと。

マークする時	● 良い	○ 悪い	○ 悪い
マークを消す時	○ 良い	○ 悪い	○ 悪い

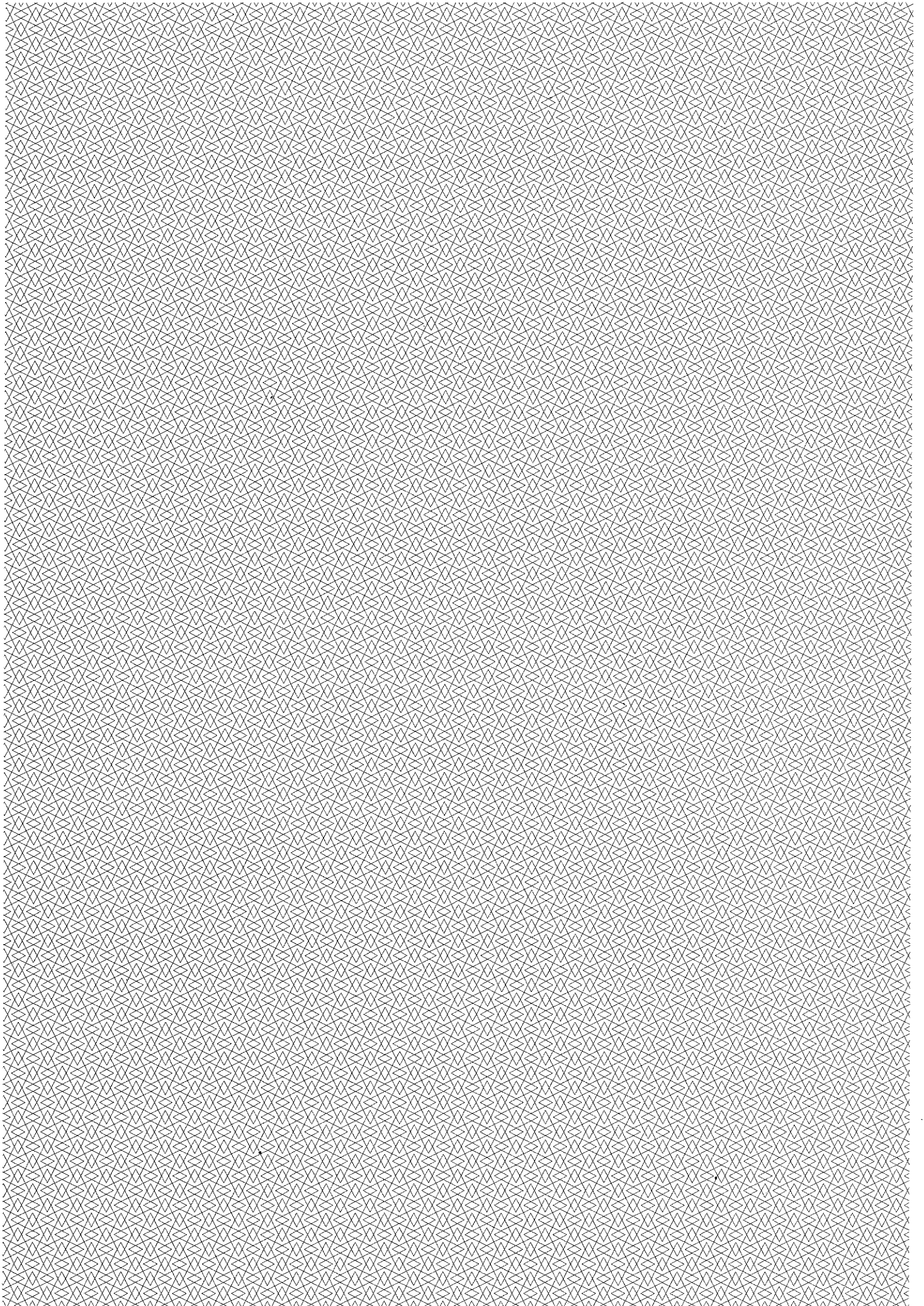
- 問1から問6までの **ア** , **イ** , **ウ** , …にはそれぞれ, $-49, -48, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 48, 49$ のいずれかの数が当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の**ア**, **イ**, **ウ**, …で示された欄にマークして答えること。

例. **ア**に3, **イ**に -5 , **ウ**に30, **エ**に -24 , **オ**に0と答えたいとき。

	—	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
イ	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
ウ	○	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
エ	●	○	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
オ	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○

例. **カ** $x +$ **キ** に $-x - 1$ と答えるときは, **カ** に -1 , **キ** に -1 を入れること。

- 分数の分母はできるだけ小さな自然数で解答すること。
 - 根号の中はできるだけ小さな自然数で解答すること。
- 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
- 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
- いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。



問 1.

x, y を正の整数とする.

(1) $17x - 36y = 1$ となる最小の x は ア である.

(2) $17x^3 - 36y = 1$ となる最小の x は イ である.

問2.

点 $F(0,1)$ を通り、直線 $y = -1$ に接する円の中心が描く軌跡を曲線 C とする。このとき、曲線 C を表す方程式は

$$y = \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}} x^2$$

となる。また、曲線 C 上に x 座標が正である点 P をとる。線分 FP の長さが4となるとき、曲線 C の点 P における接線と曲線 C および y 軸とで囲まれる図形の面積は $\boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ となる。

問3.

2つの箱 A, B があり, いずれの箱にも赤球が1個, 白球が3個入っている. ここで, 「それぞれの箱から1個の球を無作為に取り出しそれらを交換する」という試行を n 回繰り返す. その結果, 2つの箱 A, B がともに元の状態に戻っている確率を p_n とする.

このとき, 正の整数 k に対して,

$$p_{k+1} = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} p_k + \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}} (1 - p_k)$$

となる. よって,

$$p_n = \frac{\boxed{\text{コ}}}{7} \left(\frac{1}{\boxed{\text{サ}}} \right)^n + \frac{\boxed{\text{シ}}}{7} \quad (n \geq 1)$$

となる.

問4.

正の定数 a に対して、 $f(x) = ax^3 - (2a - 1)x^2 - (5a + 1)x + 6(a - 1)$ とする。関数 $y = f(x)$ のグラフは x 軸とちょうど2つの共有点をもつ。これらの共有点のうち、 x 座標の値が大きい方の点の座標は $(\boxed{\text{ス}}, 0)$ であり、

$a = \frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。また、 $f(x)$ が極小値をとるのは、 $x = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ のときである。

問5.

数列 $\{a_n\}$ はすべての項が整数であり、次の性質を満たしている.

「正の整数 n の正の約数が k 個あるとき、これらを $d_1, d_2, \dots, d_k$ とすると、

$$a_{d_1} + a_{d_2} + \dots + a_{d_k} = n$$

が成り立つ。」

(1) $a_5 = \boxed{\text{ツ}}$, $a_6 = \boxed{\text{テ}}$, $a_{49} = \boxed{\text{ト}}$ である.

(2) $a_{5^{100}} = \boxed{\text{ナ}} \cdot 5^{99}$ である.

(3) p, q を $p < q$ を満たす2つの素数とする. $a_{pq} = pq - 11$ が成立するならば, $p = \boxed{\text{ニ}}$, $q = \boxed{\text{ヌ}}$ である.

問6.

関数 $f(x)$ を

$$f(x) = \int_x^{x+1} (1 + |t|)(1 + |t - 1|)dt$$

と定義する.

(1) $x \leq -1$ のとき,

$$f(x) = \boxed{\text{ネ}} x^2 + \boxed{\text{ノ}} x + \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$$

である.

(2) x が実数全体を動くとき, 関数 $f(x)$ は, $x = \boxed{\text{フ}}$ のとき最小となり, その値は $\frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である.

[以 下 余 白]

