# 数　学

## （問　題）

2016年度

〈2016　H28100111〉

## 注意事項

1. 試験開始の指示があるまで，問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は２，４，６，７ページに記載されている。その他のページは計算用として使ってよい。試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて，ＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルで記入すること。コンパス，定規は使用してもよい。
4. 記述解答用紙記入上の注意
   (1) 記述解答用紙の所定欄（２カ所）に，氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
   (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を書いてはならない。
   (3) 受験番号の記入にあたっては，次の数字見本にしたがい，読みやすいように，正確に丁寧に記入すること。

| 数字見本 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

   (4) 受験番号は右詰めで記入し，余白が生じる場合でも受験番号の前に「０」を記入しないこと。

（例）　3825番⇒

| 万 | 千 | 百 | 十 | 一 |
|---|---|---|---|---|
| | 3 | 8 | 2 | 5 |

5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
6. 試験終了の指示が出たら，すぐに解答をやめ，筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
7. いかなる場合でも，解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

**問1**　1個のさいころと1枚の硬貨がある。はじめにさいころを投げて出た目を $X$ とし，続けて硬貨を $X$ 回投げて表が出る回数を $Z$ とする。以下の問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

(1)　$X=5$ であったとき $Z=4$ となる確率を求めよ。

(2)　$Z=4$ となる確率を求めよ。

(3)　$Z \leqq 3$ となる確率を求めよ。

**問2**　座標空間において，原点Oと点P(0，0，2)を直径の両端とする球面をSとする。また $xy$ 平面上に放物線C：$y=x^2-2$ を描き，C上に点Rをとる。線分PRと球面Sの交点をQとし，Qから $xy$ 平面に下ろした垂線の足をHとする。このとき，以下の問に答えよ。

(1)　原点Oから点Rまでの距離を $r$ とするとき，線分QRの長さを $r$ を用いて表せ。

(2)　線分QHの長さを $h$，点Rの座標を $(x,\ y,\ 0)$ とするとき，$h \geqq 1$ である場合に $x$ がとる値の範囲を求めよ。

(3)　点Rが放物線C上のすべての点を動くとき，$h$ を最小にするRの座標を求めよ。

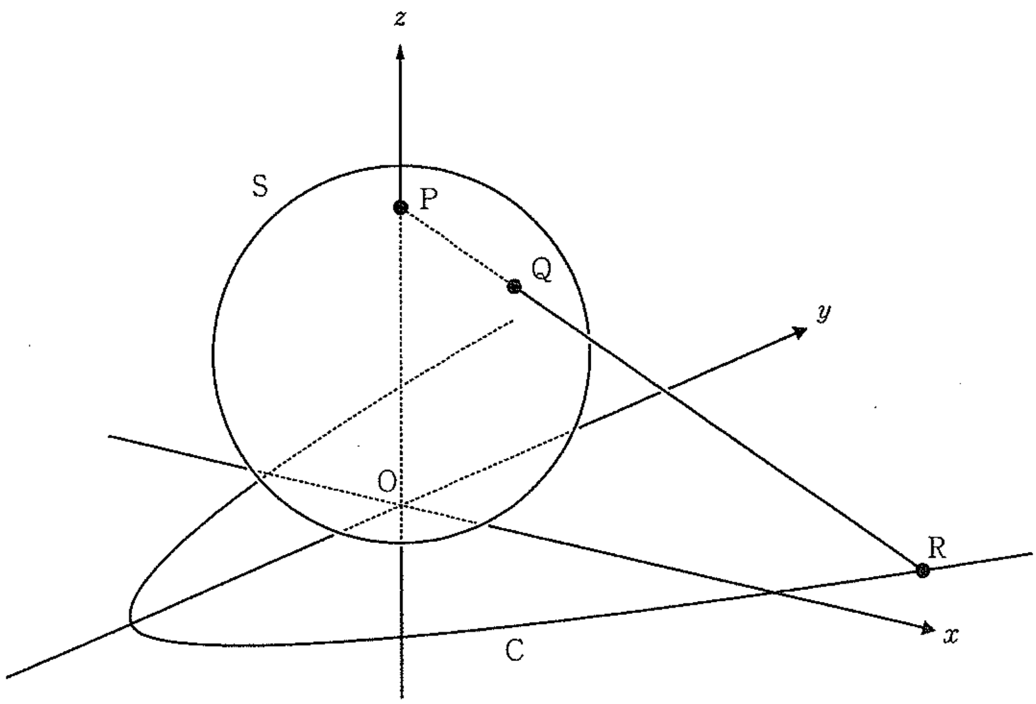


図1

**問 3**　次の不等式

$$1+\log_{\sqrt{x}}(n^2) < \log_n \sqrt{x} < \frac{1}{2}(1+\log_{\sqrt{n}} 3) \quad \cdots \quad (*)$$

を満たす自然数 $n$ と実数 $x$ について，以下の問に答えよ。

（1）次の空欄にあてはまる数を解答欄に記入せよ。

$t=\log_n x$ とおく。このとき，$1+\log_{\sqrt{x}}(n^2)=1+\dfrac{\boxed{(ア)}}{t}$，$\log_n\sqrt{x}=\boxed{(イ)}\times t$ である。したがって，不等式 $1+\log_{\sqrt{x}}(n^2)<\log_n\sqrt{x}$ が満たされることは，$\boxed{(ウ)}<t<\boxed{(エ)}$ または $t>\boxed{(オ)}$ であることと同値である。

（2）$x$ も自然数であるとき，不等式$(*)$を満たす組 $(n,\ x)$ をすべて求めよ。答のみ解答欄に記入せよ。

**問４**　以下の問に答えよ。

（１）　次の空欄にあてはまる式または数を解答欄に記入せよ。

半径１の円Ｏに内接する長方形ABCDがある。角OABを $x$ $\left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$ とするとき，長方形ABCDの面積は $\boxed{（ア）}$ となる。したがって，$x = \boxed{（イ）}$ のとき最大面積 $\boxed{（ウ）}$ をとる。

（２）　半径１の円Ｏに内接する $n$ 角形 $A_1A_2\cdots A_n$ の内角 $A_kA_{k+1}A_{k+2}$ （$k = 1, 2, \cdots, n$，$n \geqq 3$；ただし，$A_{n+1} = A_1$，$A_{n+2} = A_2$）がすべて $\alpha$ （$0 < \alpha < \pi$）に等しいとする。このとき，次の問に答えよ。

（ｉ）　$a_k$ （$k = 1, 2, \cdots, n$）は弧 $A_kA_{k+1}$ の長さを表すとする。角 $OA_kA_{k+1} = \theta_k$ $\left(0 < \theta_k < \frac{\pi}{2}\right)$ とおくとき，$a_k$，$a_{k+1}$ および $a_k + a_{k+1}$ を，$\theta_k$，$\alpha$ を用いて表せ。

（ii）　$n$ が奇数のとき，$n$ 角形 $A_1A_2\cdots A_n$ は正 $n$ 角形となることを示せ。

（iii）　$n$ が偶数のとき，$\theta_1 = \theta_3 = \cdots = \theta_{n-1}$ を示せ。さらに，その等しい角を $\theta$ とおいて，$n$ 角形 $A_1A_2\cdots A_n$ の面積 $S_n(\theta)$ を $\alpha$，$\theta$ を用いて表せ。

（iv）　$\alpha$ を $n$ の式で表し，（iii）における $S_n(\theta)$ の最大値とそのときの $\theta$ を $n$ の式で表せ。答のみ解答欄に記入せよ。

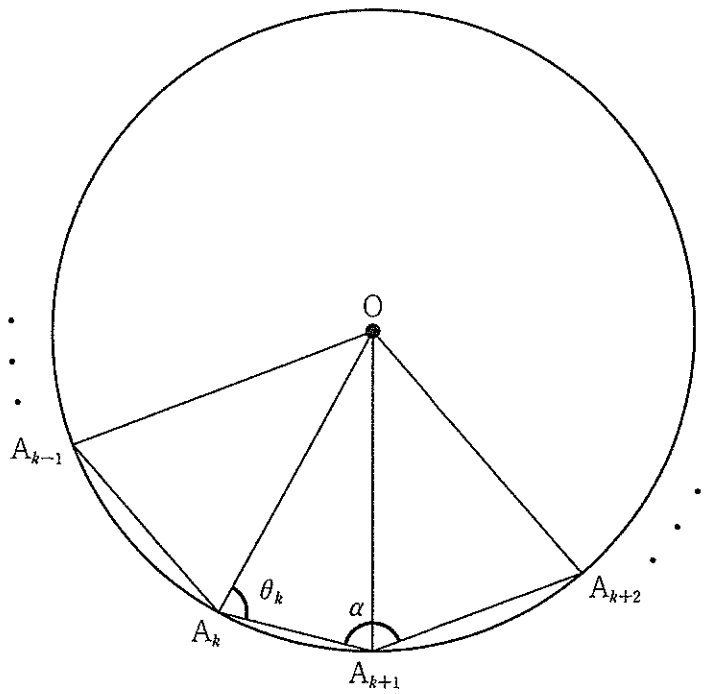


図 2

〔以 下 余 白〕