

数 学

(問 題)

2015年度

〈2015 H27093620〉

注 意 事 項

- 試験開始の指示があるまで、問題冊子および解答用紙には手を触れないこと。
- 問題は3～8ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
- 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
- マーク解答用紙記入上の注意
 - 印刷されている受験番号が、自分の受験番号と一致していることを確認したうえで、氏名欄に氏名を記入すること。
 - マーク欄にははっきりとマークすること。また、訂正する場合は、消しゴムで丁寧に、消し残しがないようによく消すこと。

マークする時	● 良い	○ 悪い	○ 悪い
マークを消す時	○ 良い	○ 悪い	○ 悪い

- 問1から問6までの ア , イ , ウ , …にはそれぞれ、-49, -48, …, -2, -1, 0, 1, 2, …, 48, 49のいずれかの数が当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙のア、イ、ウ、…で示された欄にマークして答えること。

例. アに3, イに-5, ウに30, エに-24, オに0と答えたいとき、

	—	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
イ	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
ウ	○	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
エ	●	○	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
オ	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○

例. カ $x +$ キ に $-x - 1$ と答えるときは、カ に -1, キ に -1 を入れること。

- 分数の分母はできるだけ小さな自然数で解答すること。
 - 根号の中はできるだけ小さな自然数で解答すること。
- 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。
- 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
- いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。

問1.

a を定数とする. x についての方程式

$$|(x-4)(x-2)| = ax - 5a + \frac{1}{2}$$

が相異なる4つの実数解をもつとき, a の範囲は, $\boxed{\text{ア}} + \sqrt{\boxed{\text{イ}}} < a < \frac{1}{\boxed{\text{ウ}}}$ である.

問2.

$x^2 + 2xy + 3y^2 = 27$ を満たす整数の組 (x, y) は $\boxed{\text{エ}}$ 組あり, その中で $x - y$ の値が最大になる組は,
 $(x, y) = (\boxed{\text{オ}}, \boxed{\text{カ}})$ である.

問3.

不等式 $\log_{x^2+x+1}(2-x) < 0$ を満たす x の範囲は,

$$\boxed{\text{キ}} < x < \boxed{\text{ク}}, \quad \boxed{\text{ケ}} < x < \boxed{\text{コ}}$$

である。ただし, $\boxed{\text{ク}} \leq \boxed{\text{ケ}}$ とする。

問4.

座標平面上の3点 $A(\sqrt{3}, -2)$, $B(3\sqrt{3}, 0)$, $C(4\sqrt{3}, -5)$ を頂点とする三角形 ABC の外心を D とする. このとき,

$$\overrightarrow{AD} = \frac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}} \overrightarrow{AC}$$

である. また, 直線 AD と辺 BC の交点を E とすると, $\frac{BE}{EC} = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である.

問5.

k を定数とする. 2つの曲線 C_1, C_2 を,

$$C_1 : y = 3x^2 - 6x + k, \quad C_2 : y = x^2$$

と定義する. 曲線 C_1, C_2 はただひとつの共有点 A をもつ.

(1) k の値は $\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である.

(2) 点 A を通る直線 l をひき, 直線 l と曲線 C_1 との交点を B , 直線 l と曲線 C_2 との交点を C とする. ただし, 点 B, C はいずれも点 A とは異なる点である. 点 B の x 座標を p とすると, 点 C の x 座標は $\boxed{\text{テ}}p + \boxed{\text{ト}}$ であり, 直線 l および曲線 C_1, C_2 で囲まれる部分の面積は

$$\boxed{\text{ナ}} \left| \frac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}} - p \right|^3$$

となる.

問 6.

2つの箱 A と B に、自然数が 1 つ記されたカードが何枚かずつ入っている。箱 A, B からカードを 1 枚ずつ、合計 2 枚のカードを取り出す試行を行う。自然数 n に対し、取り出された 2 枚のカードに記された自然数の和が n である確率を P_n とする。

- (1) 箱 A に数字 2, 3 が記されたカードがそれぞれ 1 枚ずつ、箱 B に数字 1, 2, 3 が記されたカードがそれぞれ 1

枚ずつ入っているとき、 $P_4 = \frac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。また、取り出された 2 枚のカードに記された 2 つの自然数の和

の期待値は $\frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ である。

- (2) 箱 A にカードが 3 枚、箱 B にカードが 5 枚入っていて、

$$P_2 = \frac{1}{15}, \quad P_3 = \frac{1}{5}, \quad P_4 = \frac{1}{3}, \quad P_5 = \frac{2}{5}$$

が成立している。このとき、箱 B に入っているカードのうち、最も枚数が多いのは $\boxed{\text{フ}}$ という数字が記されたカードであり、その枚数は $\boxed{\text{ハ}}$ 枚である。

[以 下 余 白]