

2015年度  
数 学  
(問 題)

〈H27090018〉

注 意 事 項

1. 試験開始の指示があるまで、問題冊子および記述解答用紙には手を触れないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚損等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて、HBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 記述解答用紙記入上の注意
  - (1) 試験開始後、記述解答用紙の所定欄-(2カ所)に、氏名および受験番号を正確に丁寧に記入すること。
  - (2) 所定欄以外に受験番号・氏名を書いてはならない。
  - (3) 受験番号の記入にあたっては、次の数字見本にしたがい、読みやすいように、正確に丁寧に記入すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

- (4) 受験番号は右詰めで記入し、余白が生じる場合でも受験番号の前に「0」を記入しないこと。

(例) 3825番⇒

万	千	百	十	一
	3	8	2	5

- (5) 計算の途中経過を記述すること。
- (6) 定規、コンパスを使用してもよい。
5. 解答はすべて所定の解答欄に記入すること。所定の解答欄以外に何かを記入した解答用紙は採点の対象外となる場合がある。なお、所定の解答欄は記述解答用紙に指示されている部分とする。
6. 試験終了の指示が出たら、すぐに解答をやめ、筆記用具を置き解答用紙を裏返しにすること。
7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

## 1

- (1)  $\cos 3\theta$  を  $\cos \theta$  のみの式で表せ。
- (2) (i) 3次関数  $f(x) = x^3 - \frac{3}{4}x$  について増減表を書き、 $y = f(x)$  のグラフの概形を描け。
- (ii)  $y = f(x)$  のグラフと直線  $y = k$  が共有点を2つまたは3つもつような定数  $k$  の値の範囲を求めよ。
- また、 $k$  がこの範囲を動くとき、共有点の  $x$  座標のとり値の範囲を求めよ。
- (3) 3次方程式  $x^3 - \frac{3}{4}x - \frac{1}{8} = 0$  の解を  $x = \cos \theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) とおくと、 $\theta$  の値を求めよ。

## 2

2つの直線  $y = kx$  と  $y = -\frac{1}{k}x$  に同時に接する円  $O$  の中心の座標を  $(a, b)$  とおく。ただし、 $k$  は定数で、 $0 < k < 1$  とし、 $a > 0$ 、 $b > 0$  とする。次の間に答えよ。

- (1)  $\frac{b}{a}$  を  $k$  を用いて表せ。
- (2) 円  $O$  の半径  $r$  を  $a$  および  $k$  を用いて表せ。
- (3)  $k = \frac{1}{3}$  とする。円  $O$  が点  $(p, p)$  を通るとき、中心の座標  $(a, b)$  を  $p$  を用いて表せ。ただし、 $p$  は定数で、 $p > 0$  とする。

### 3

(1) 数列  $\{a_n\}$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) は次の関係を満たしている。

$$\sum_{k=1}^n \frac{(k+1)(k+2)}{3^{k-1}} a_k = -\frac{1}{4} (2n+1)(2n+3)$$

$a_n$  を  $n$  を用いて表せ。

(2) (i) 次の和  $S$  を求めよ。

$$S = \sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)(k+2)}$$

(ii) (1) の  $a_n$  に対して、 $n \geq 2$  のとき、和  $Q = \sum_{k=1}^n a_k$  を求めよ。

[以下余白]