数　　学

(問　題)

2013年度

〈2013　H25073620〉

注　意　事　項

1. 問題冊子は，試験開始の指示があるまで開かないこと．
2. 問題は4～9ページに記載されている．試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁およびマーク解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること．
3. 解答はすべてマーク解答用紙の所定欄にＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルでマークすること．
4. 氏名は，試験開始後，マーク解答用紙の所定欄に，正しくていねいに記入すること．
5. 問1から問6までの $\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$，$\boxed{ウ}$，…にはそれぞれ，−49，−48，…，−2，−1，0，1，2，…，48，49のいずれかの数が当てはまる．次の例にならって，マーク解答用紙のア，イ，ウ，…で示された欄にマークして答えること．

   例．アに3，イに−5，ウに30，エに−24，オに0と答えたいとき．

	−	十の位				一の位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
イ	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
ウ	○	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
エ	●	○	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
オ	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○

   例．$\boxed{カ}\,x+\boxed{キ}$ に $x-1$ と答えるときは，$\boxed{カ}$ に1，$\boxed{キ}$ に−1を入れること．

6. (1) 分数の分母はできるだけ小さな自然数で解答すること．

   (2) 根号の中はできるだけ小さな自然数で解答すること．
7. マーク欄ははっきり記入すること．また，訂正する場合は，消しゴムでていねいに，消し残しがないようによく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）．

マークする時	●良い　○悪い　◎悪い
マークを消す時	○良い　○悪い　◎悪い

8. いかなる場合でも，マーク解答用紙は必ず提出すること．
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること．

問 1.

(1) 2つのサイコロを同時にふるとき, 出た目の和が n である確率を P_n とする. 自然数 n $(2 \leqq n \leqq 12)$ に対して

$$P_n = \frac{\boxed{\text{ア}} - \left|n - \boxed{\text{イ}}\right|}{\boxed{\text{ウ}}}$$

である.

(2) 整数 p, q に対して, 多項式

$$f(x) = 2x^4 + (p+2q)x^3 + (pq+4)x^2 + (2p+2)x + p$$

を考える. $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ がすべて素数のとき, $p = \boxed{\text{エ}}$, $q = \boxed{\text{オ}}$ である.

問 2.

あるスポーツの試合において，A，B の 2 チームが対戦し，先に 3 回勝った方が優勝とする．1 回の試合で A が勝つ確率を p，B が勝つ確率を $1-p$ とする．

(1) $p=\dfrac{1}{3}$ のときに，ちょうど 4 試合目で優勝チームが決まる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である．

(2) ちょうど N 試合目で優勝チームが決まるとする．このとき，$0 \leqq p \leqq 1$ の範囲で N の期待値の最大値は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である．

問 3.

実数 $a,\ b,\ c$ に対して, $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ とする. 関数 $f(x)$ は $f(\alpha)=f(\beta)=0\ (\alpha\neq\beta)$ を満たす. また, この関数は $x=\alpha$ で極小値 0 をとり, $x=\gamma$ で極大となる. このとき,

$$\gamma=\frac{\boxed{\text{コ}}\,\alpha+\boxed{\text{サ}}\,\beta}{\boxed{\text{シ}}}$$

である. さらに, $\beta=4\alpha$ のとき, 極大値と極小値の差が 32 であるとすると,

$$a=\boxed{\text{ス}},\quad b=\boxed{\text{セ}},\quad c=\boxed{\text{ソ}}$$

である.

問4.

$0 < t < 3$ とする．曲線 C: $y = f(x) = |x^2 - 3x| + x - 3$ と曲線 C 上の点 $(t, f(t))$ における接線 l とで囲まれた2つの部分の面積の和は，$t = \dfrac{\boxed{タ}}{\boxed{チ}}$ のとき最小となり，その値は $\boxed{ツ}\sqrt{\boxed{テ}} + \boxed{ト}$ である．

問5.

(1) 半径 1 の球が正四面体のすべての面に接しているとき，この正四面体の 1 辺の長さは $\boxed{ナ}\sqrt{\boxed{ニ}}$ である．

(2) 半径 1 の球が正四面体のすべての辺に接しているとき，この正四面体の 1 辺の長さは $\boxed{ヌ}\sqrt{\boxed{ネ}}$ である．

問6.

数列

$$\{a_n\} : \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \cdots$$

がある．この数列 $\{a_n\}$ を

$$\frac{1}{2} \,\Big|\, \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \,\Big|\, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4} \,\Big|\, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5} \,\Big|\, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6} \,\Big|\, \cdots$$

のように群に分けると，第 k 群は，初項 $\dfrac{1}{k+1}$，末項 $\dfrac{k}{k+1}$，公差 $\dfrac{1}{k+1}$ の等差数列である．

(1) 数列 $\{a_n\}$ の各項を既約分数で表したとき，分子が1となる分数が4つ連続して初めて現れるのは，$\dfrac{1}{\boxed{\text{ノ}}}$ からの4つの項である．

(2) 数列 $\{a_n\}$ の第1群の初項から，第 m 群の末項までの和は，

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{m}{m+1} = \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヒ}}} m^{\boxed{\text{フ}}} + \frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}} m$$

である．

〔以　下　余　白〕