数学 理系(B方式)
(問　題)
2013年度

〈2013　H25071119〉

注　意　事　項

1. この試験では，この問題冊子のほかに，マーク解答用紙を配布する．問題冊子は，試験開始の指示があるまで開かないこと．
2. 問題は4～8ページに記載されている．試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること．
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルで記入すること．
4. マーク解答用紙については，受験番号を確認したうえ所定欄に氏名のみ記入すること．
5. **問1**から**問5**までの $\boxed{ア}$，$\boxed{イ}$，$\boxed{ウ}$，…にはそれぞれ，−49，−48，…，−2，−1，0，1，2，…，48，49のいずれかが当てはまる．次の例にならって，マーク解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された欄にマークして答えること．

例．**ア**に3，**イ**に−5，**ウ**に30，**エ**に−24，**オ**に0と答えたいとき．

		十の位				一の位									
	−	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
イ	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
ウ	○	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
エ	●	○	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
オ	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6. **分数形で解答する場合の分母，および根号の中の数値はできるだけ小さな自然数で答えること．**
7. マークははっきり記入すること．また，訂正する場合は，消しゴムでていねいに，消し残しがないようよく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）．

マークする時	●良い　◎悪い　◐悪い
マークを消す時	○良い　◎悪い　◐悪い

8. いかなる場合でも，解答用紙は必ず提出すること．
9. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること．

【問 1】

次の問に答えよ.

(1) 13^{13} を 144 で割ったときの余りは $\boxed{\text{ア}}$ である.

(2) 空間内に 3 点 A(1, 2, 3), B(3, 5, 2), C(1, 2, 1) がある. 点 A, B を通る直線を l としたとき, 点 C との距離が最小となる l 上の点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{イ}}}, \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{イ}}}\right)$$

である.

【問 2】

次のような群にわかれた数列がある．

$$(1),\ (2,4),\ (5,7,9),\ (10,12,14,16),\ \cdots$$

(第 2 群の初項は第 1 群の末項に 1 を加えたものとし，第 3 群の初項は第 2 群の末項に 1 を加えたものとする．以下同様に第 n 群の初項は第 $n-1$ 群の末項に 1 を加えたものとする．第 n 群は公差 2，項数 n の等差数列である.)

このとき次の問に答えよ．

(1) 第 n 群に含まれる項の総和は $\boxed{カ}n^3+\boxed{キ}n^2+\boxed{ク}n$ である．

(2) 第 1 群から第 n 群に含まれるすべての項の総和は

$$\frac{1}{\boxed{ケ}}\left(\boxed{コ}n^4+\boxed{サ}n^3+\boxed{シ}n^2+\boxed{ス}n\right)$$

である．

【問 3】

1 辺の長さが 1 の正方形 ABCD において，図のように AW = BX = CY = DZ となる点 W，X，Y，Z をとる．四角形 WXYZ に内接する円を C_0 とし，△AWZ，△BXW，△CYX，△DZY に内接する円をそれぞれ C_1，C_2，C_3，C_4 とする．

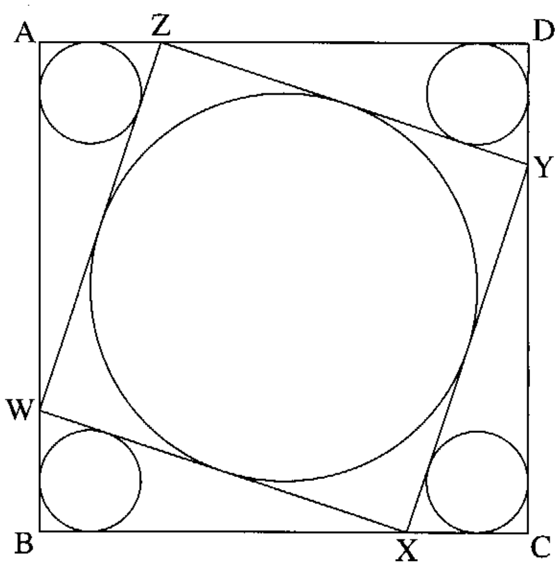
AW = x，ZW = a とおくとき

$$a^2 = \boxed{セ}\,x^2 + \boxed{ソ}\,x + 1 \qquad (0 < x < 1)$$

となる．円 C_0，C_1，C_2，C_3，C_4 の面積の総和を S とすると

$$S = \frac{\pi}{4}\left(\boxed{タ}\,a^2 + \boxed{チ}\,a + \boxed{ツ}\right)$$

となり，$a = \dfrac{\boxed{ト}}{\boxed{テ}}$ のとき，S は最小値 $\dfrac{\pi}{\boxed{ナ}}$ をとる．



【問 4】

直線 $x+y=1$ に接する楕円

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \qquad (a>0,\ b>0)$$

を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を V とする．

$a^2=\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$，$b^2=\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ のとき，V は最大値 $\dfrac{\boxed{\text{ハ}}\sqrt{3}\pi}{\boxed{\text{ノ}}}$ をとる．

【問 5】

平面上の点 $P(\cos\theta, \sin\theta)$ に対して，点 $Q(x, y)$ を以下のように定める．

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}$$

θ が $0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ の範囲を動くとき，次の問に答えよ．

(1) すべての点 $Q(x, y)$ に対して，$ax^2 + bxy + y^2$ の値が θ によらず一定であるとき，定数 a，b の値は $a = \boxed{\text{ヒ}}$，$b = \boxed{\text{フ}}$ である．

(2) 原点 O と点 Q の距離の 2 乗の最小値は $\boxed{\text{ヘ}}$，最大値は $\boxed{\text{ホ}}$ である．

[以　下　余　白]