数　　学
（問　題）
2012年度

〈2012　H24060111〉

注 意 事 項

1. 問題冊子および解答用紙は，試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は２～４ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること。
3. 問１，問２，問３の全問を解答すること。
4. 解答はすべて解答用紙の所定欄にＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルで記入すること。コンパス，定規は使用してもよい。
5. 受験番号および氏名は，試験がはじまってから，解答用紙の所定欄（２か所）に正確に記入すること。

   受験番号の記入にあたっては，次の数字見本に従い，正確にていねいに記入すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

6. いかなる場合でも，解答用紙は必ず提出すること。
7. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

問1　x-y 平面上に２点A(２，－１)，B(－３，３) をとる。このとき，次の各問に答えよ。答のみ解答欄に記入せよ。

（**1**）　点A，Bを通る円の中心を（p，q）とするとき，p と q の関係式を求めよ。

（**2**）　点A，Bを直径の両端とする円の方程式を

$$(x-p_0)^2+(y-q_0)^2=r_0^2 \quad (p_0,\ q_0,\ r_0 \text{ は定数})$$

の形に表せ。

（**3**）　前問（**2**）の結果を用いて，点A，Bを通る円の方程式を，k（$\neq 0$）を定数として

$$k\{(x-p_0)^2+(y-q_0)^2-r_0^2\}+ax+by=c$$

と表すとき，$\dfrac{b}{a}$，$\dfrac{c}{a}$ を求めよ。

問2　ある競技の大会に，チーム1，チーム2，チーム3，チーム4が参加している。大会は予選と決勝戦からなる。まず，抽選によって，図のように2チームずつに分かれて予選を行う。次に，各予選の勝者が決勝戦を行う。過去の対戦成績から次のことが分かっている。

チーム i とチーム j （$1 \leqq i < j \leqq 4$）が試合をするとき，確率 p でチーム j が勝利し，確率 $1-p$ でチーム i が勝利する。ただし $0 < p < 1$ である。

このとき，次の各問に答えよ。ただし，（**1**），（**2**），（**3**）は答のみ解答欄に記入せよ。

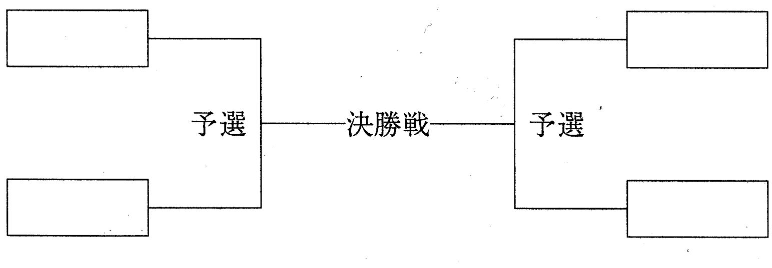
（**1**）　チーム1が優勝する確率を求めよ。

（**2**）　予選においてチーム1とチーム2が対戦する確率を求めよ。

（**3**）　予選においてチーム1とチーム2が対戦するとき，チーム2が優勝する確率を求めよ。

（**4**）　この大会においてチーム2が優勝する確率 $f(p)$ を求めよ。

（**5**）　$f(p)$ を最大にする p の値を求めよ。



問3　x-y 平面上に3点O$(0,\ 0)$，A$\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}},\ 0\right)$，B$\left(0,\ \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$をとり，図のように，△OABの各辺上または内部に，DE∥OB かつ∠DCEを直角とする二等辺三角形CDEをとる。点C，Eはそれぞれ OB，AB上の点とする。線分CEの長さを m（>0）とおくとき，次の各問に答えよ。ただし，(1)，(2)，(5) は答のみ解答欄に記入せよ。

(1)　m の最大値を求めよ。

(2)　$s,\ t$ を正数とし，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OC}}+s\overrightarrow{\mathrm{CD}}+t\overrightarrow{\mathrm{CE}}$ を $\boxed{（ア）}\ \overrightarrow{\mathrm{OA}}+\boxed{（イ）}\ \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ と表すとき，空欄 $\boxed{（ア）}$，$\boxed{（イ）}$ をそれぞれ $s,\ t$ および m の式で表せ。

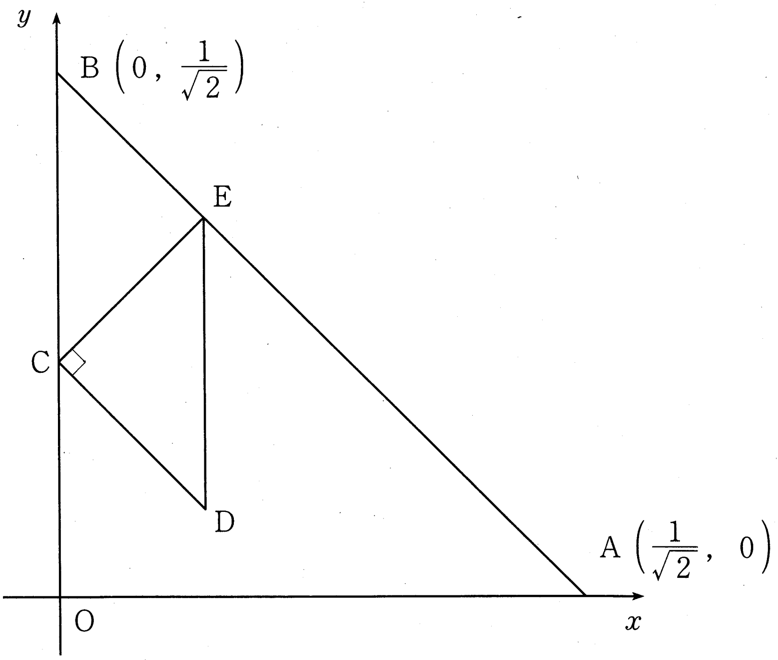
(3)　等式 $\overrightarrow{\mathrm{OC}}+s\overrightarrow{\mathrm{CD}}+t\overrightarrow{\mathrm{CE}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ をみたす $s,\ t$ をそれぞれ m の式で表せ。

(4)　前問 (3) で求めた $s,\ t$ を用いて，点P$(x,\ y)$ を $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=s\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ によって定める。このとき，$\dfrac{y}{x}$ を $\dfrac{1}{m}$ の式で表せ。

(5)　前問 (4) における点P$(x,\ y)$ の軌跡は $x,\ y$ の方程式

$$(x+\boxed{（ウ）})^2+(y-\boxed{（エ）})^2=\boxed{（オ）}$$

で表される。このとき，空欄 $\boxed{（ウ）}$，$\boxed{（エ）}$，$\boxed{（オ）}$ にあてはまる数値を求めよ。



〔以　下　余　白〕