数学（B方式）

（問　題）

2011年度

〈2011　H23051119〉

注　意　事　項

1. この試験では，この問題冊子のほかに，マーク解答用紙を配布する．問題冊子は，試験開始の指示があるまで開かないこと．
2. 問題は4～10ページに記載されている．試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること．
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルで記入すること．
4. マーク解答用紙については，受験番号を確認したうえ所定欄に氏名のみ記入すること．
5. **問1**から**問7**までの $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$，…にはそれぞれ，-49，-48，…，-2，-1，0，1，2，…，48，49のいずれかが当てはまる．次の例にならって，マーク解答用紙の**ア**，**イ**，**ウ**，…で示された欄にマークして答えること．

   例．**ア**に3，**イ**に-5，**ウ**に30，**エ**に-24，**オ**に0と答えたいとき．

		十の位				一の位									
	−	1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○
イ	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○
ウ	○	○	○	●	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○
エ	●	○	●	○	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○
オ	○	○	○	○	○	●	○	○	○	○	○	○	○	○	○

6. マークははっきり記入すること．また，訂正する場合は，消しゴムでていねいに，消し残しがないようよく消すこと（砂消しゴムは使用しないこと）．

マークする時	●**良い**　◎**悪い**　◐**悪い**
マークを消す時	○**良い**　◎**悪い**　◐**悪い**

7. いかなる場合でも，解答用紙は必ず提出すること．
8. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること．

【問 1】

（1） 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする．$\log_{10}(S_n+1)=n$ が成り立っているとき，一般項は $a_n=\boxed{ア}\cdot\boxed{イ}^{n-\boxed{ウ}}$ となる．

（2） 方程式 $\log_{x-3}(x^3-8x^2+20x-17)=3$ の解は $x=\boxed{エ}$ である．

【問２】

関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x - \dfrac{6}{x} - \dfrac{3}{x^2} + \dfrac{1}{x^3}$ の定義域は $x > 0$ とする．

$x = \dfrac{\boxed{オ} \pm \sqrt{\boxed{カ}}}{\boxed{キ}}$ のとき，関数 $f(x)$ は最小値 $\boxed{ク}$ をとる．ただし，$\boxed{キ}$ はできるだけ小さな自然数で答えること．

【問3】

3点 $A(1,0,0)$，$B\left(0,\frac{1}{2},0\right)$，$C\left(0,0,\frac{1}{3}\right)$ の定める平面を α とする．点 P を $\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}$ を満たすようにとり，点 P から平面 α に垂線 PQ を下ろす．このとき，$\overrightarrow{PQ}=\dfrac{\boxed{ケ}\overrightarrow{OA}+\boxed{コ}\overrightarrow{OB}+\boxed{サ}\overrightarrow{OC}}{\boxed{シ}}$ となる．ただし，$\boxed{シ}$ はできるだけ小さな自然数で答えること．

【問 4】

公正な硬貨 X を 3 回投げる.「1 回目に表が出る」という事象を A,「3 回目に表が出る」という事象を B,「試行結果が裏→表の順序で出ることはない」という事象を C とする. このとき,

$$P(A \cap C) - P(A)P(C) = \frac{\boxed{ス}}{\boxed{セ}}$$

である.

次に, 硬貨 X が必ずしも公正でなく表の出る確率が $a\ (0 < a < 1)$, 裏の出る確率が $1 - a$ であるとする. この場合の確率を P_a で表すとき,

$$\frac{P_a(A)P_a(B)P_a(C)}{P_a(A \cap B \cap C)}$$

を最小にする a の値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{ソ}}}{\boxed{タ}}$ である.

ただし, $\boxed{セ}$, $\boxed{タ}$ はできるだけ小さな自然数で答えること.

【問 5】

定数 a に対して $f(x) = ax^2 + 3a$，$g(x) = 2ax - a^2$ とするとき，すべての実数 x について $f(x) > g(x)$ が成り立つための必要十分条件は $a >$ $\boxed{チ}$ であり，少なくとも 1 つの実数 x について $f(x) > g(x)$ が成り立つための必要十分条件は，$a >$ $\boxed{ツ}$ または $a <$ $\boxed{テ}$ である．

【問 6】

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ とする．点 (x, y) が xy 平面上を動くとき，行列 A による変換 $\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ で移される点 (X, Y) は XY 平面上の直線 l：$Y = \boxed{\text{ト}}\, X$ 上を動く．

次に，行列 $G = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ が $AGA = A$ を満たすとする．点 (X, Y) が l 上を動くとき，その各点で列ベクトル $G\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ が定まる．このとき，列ベクトル $G\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ の大きさは X の値により変化するが，いずれの場合においても $a = \dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$，$b = \dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ のとき最小となる．ただし，$\boxed{\text{ニ}}$，$\boxed{\text{ネ}}$ はできるだけ小さな自然数で答えること．

【問７】

$a>0,\ b\geqq 0$ のとき，曲線 $y=-a\cos\pi x+a+b \quad (0\leqq x\leqq 1)$ を x 軸のまわりに１回転してできる立体の体積を V とすると，

$$V=\frac{\pi}{2}\left(\boxed{\text{ノ}}\,a^2+\boxed{\text{ハ}}\,ab+\boxed{\text{ヒ}}\,b^2\right)$$

となる．また，ある定数 c に対し $2a+b=c$ が成り立つとすると，$a=\dfrac{c}{\boxed{\text{フ}}}$ のとき，V は最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ヘ}}}{8}\pi c^2$ をとる．

［以　下　余　白］