

数学 (A方式)

(問題)

2011年度

<2011 H23051119>

注 意 事 項

1. この試験では、この問題冊子のほかに、マーク解答用紙を配布する。問題冊子は、試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～10ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. マーク解答用紙については、受験番号を確認したうえ所定欄に氏名のみ記入すること。
5. 問1から問7までの **ア** , **イ** , **ウ** , …にはそれぞれ, $-49, -48, \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots, 48, 49$ のいずれかが当てはまる。次の例にならって、マーク解答用紙の**ア**, **イ**, **ウ**, …で示された欄にマークして答えること。

例. **ア**に3, **イ**に -5 , **ウ**に30, **エ**に -24 , **オ**に0と答えたいとき。

	—	十 の 位				一 の 位									
		1	2	3	4	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ア	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐
イ	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐
ウ	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
エ	☒	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐
オ	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

6. マークははっきり記入すること。また、訂正する場合は、消しゴムでていねいに、消し残しがないようよく消すこと (砂消しゴムは使用しないこと)。

マークする時	☒ 良い	☒ 悪い	☐ 悪い
マークを消す時	☐ 良い	☒ 悪い	☐ 悪い

7. いかなる場合でも、解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後、問題冊子は持ち帰ること。

【問 1】

(1) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする. $\log_{10}(S_n + 1) = n$ が成

り立っているとき, 一般項は $a_n = \boxed{\text{ア}} \cdot \boxed{\text{イ}}^{n-\boxed{\text{ウ}}}$ となる.

(2) 方程式 $\log_{x-3}(x^3 - 8x^2 + 20x - 17) = 3$ の解は $x = \boxed{\text{エ}}$ である.

【問2】

関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 6x - \frac{6}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3}$ の定義域は $x > 0$ とする.

$x = \frac{\boxed{\text{オ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{カ}}}}{\boxed{\text{キ}}}$ のとき, 関数 $f(x)$ は最小値 $\boxed{\text{ク}}$ をとる. ただし, $\boxed{\text{キ}}$ はで

きるだけ小さな自然数で答えること.

【問3】

3点 $A(1, 0, 0)$, $B\left(0, \frac{1}{2}, 0\right)$, $C\left(0, 0, \frac{1}{3}\right)$ の定める平面を α とする. 点 P を

$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ を満たすようにとり, 点 P から平面 α に垂線 PQ を

下ろす. このとき, $\overrightarrow{PQ} = \frac{\boxed{\text{ケ}}\overrightarrow{OA} + \boxed{\text{コ}}\overrightarrow{OB} + \boxed{\text{サ}}\overrightarrow{OC}}{\boxed{\text{シ}}}$ となる. ただし, $\boxed{\text{シ}}$

はできるだけ小さな自然数で答えること.

【問 4】

公正な硬貨 X を 3 回投げる。「1 回目に表が出る」という事象を A , 「3 回目に表が出る」という事象を B , 「試行結果が裏→表の順序で出ることはない」という事象を C とする。このとき,

$$P(A \cap C) - P(A)P(C) = \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$$

である。

次に, 硬貨 X が必ずしも公正でなく表の出る確率が a ($0 < a < 1$), 裏の出る確率が $1 - a$ であるとする。この場合の確率を P_a で表すとき,

$$\frac{P_a(A)P_a(B)P_a(C)}{P_a(A \cap B \cap C)}$$

を最小にする a の値は $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$ である。

ただし, $\boxed{\text{セ}}$, $\boxed{\text{タ}}$ はできるだけ小さな自然数で答えること。

【問5】

定数 a に対して $f(x) = ax^2 + 3a$, $g(x) = 2ax - a^2$ とするとき, すべての実数 x について $f(x) > g(x)$ が成り立つための必要十分条件は $a > \boxed{\text{チ}}$ であり, 少なくとも1つの実数 x について $f(x) > g(x)$ が成り立つための必要十分条件は, $a > \boxed{\text{ツ}}$ または $a < \boxed{\text{テ}}$ である.

【問6】

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ であるとき、 $2 \cos^2 \theta + (\sin \theta + 3 \cos \theta)^2$ の最小値は ト で、最大値は $\sqrt{\text{ナ}} + \text{ニ}$ である。

【問 7】

平面上の点 (x, y) で、 $\left(\frac{x}{3}\right)^{2n} + \left(\frac{y}{2}\right)^{2n} < 1$ を満たすような自然数 n が存在するための必要十分条件は、 $\boxed{\text{ヌ}} < x < \boxed{\text{ネ}}$ かつ $\boxed{\text{ノ}} < y < \boxed{\text{ハ}}$ である。

[以 下 余 白]