

2011年度  
数 学  
(問 題)

〈H23050018〉

注 意 事 項

1. 問題冊子および記述解答用紙は，試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は4～5ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および記述解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて記述解答用紙の所定欄にHBの黒鉛筆またはHBのシャープペンシルで記入すること。
4. 受験番号および氏名は，試験開始後，記述解答用紙の所定欄（2か所）に正確に書いていないに記入すること。読みづらい数字は採点処理に支障をきたすことがあるので，注意すること。

数字見本	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

5. 計算の途中経過を記述すること。
6. 定規，コンパスを使用してもよい。
7. いかなる場合でも，記述解答用紙は必ず提出すること。
8. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

## 1

$a > 0, b > 0$  は次の式を満たす。

$$ab - b^2 + 5a - 2b + 15 = 0 \quad \text{①}$$

$$a^a b^b - a^b b^a - 999 a^a b^a = 0 \quad \text{②}$$

次の間に答えよ。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771, \log_{10} 7 = 0.8451$  とする。

- (1)  $b - a$  の値を求めよ。
- (2)  $a$  および  $b$  の値を求めよ。
- (3)  $a^{50}$  は何桁の整数か。
- (4)  $a^{50}$  の最高位の数字を求めよ。

## 2

正の定数  $a, b, c$  を用いて、 $\triangle ABC$  の内部の点  $P$  は

$$a \overrightarrow{PA} + b \overrightarrow{PB} + c \overrightarrow{PC} = \vec{0}$$

と表すことができる。ただし、 $\vec{0}$  は零ベクトルである。

次の間に答えよ。

- (1) 直線  $AP$  と辺  $BC$  の交点を  $Q$  とする。
  - (i) 線分の長さの比  $BQ:QC = t:1-t$  とおくと

$$\overrightarrow{PQ} = \boxed{\text{①}} \overrightarrow{PA} + \boxed{\text{②}} \overrightarrow{PB}$$

と表せる。①, ②にあてはまる  $t$  の式を  $a, b, c$  を用いて表せ。

- (ii) 線分の長さの比  $BQ:QC$  を  $a, b, c$  を用いて表せ。
  - (iii) 線分の長さの比  $AP:PQ$  を  $a, b, c$  を用いて表せ。
- (2) 面積の比  $\triangle PBC:\triangle PCA:\triangle PAB$  を  $a, b, c$  を用いて表せ。

### 3

1から6までの目が等しい確率で出るサイコロを  $n$  回投げたとき、第  $i$  回目 ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) に出た目の数を  $X_i$  とおく。そして、 $X_i$  の 2 乗の和  $S_n = X_1^2 + \dots + X_n^2$  が 3 で割りきれられる確率を  $p_n$ 、3 で割った余りが 1 である確率を  $q_n$  とする。

次の問に答えよ。

- (1)  $p_1$  および  $q_1$  の値を求めよ。
- (2)  $p_2$  および  $q_2$  の値を求めよ。
- (3)  $p_{n+1}$  および  $q_{n+1}$  をそれぞれ  $p_n$  と  $q_n$  を用いて表せ。
- (4)  $a_n = p_n - q_n$  とおく。 $a_{n+2}$  を  $a_n$  を用いて表せ。
- (5)  $a_n$  を  $n$  を用いて表せ。

[以下余白]