数　　学

（問　題）

2011年度

〈2011　H23050015（数学）〉

注 意 事 項

1. 問題冊子および記述解答用紙は，試験開始の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は４～５ページに記載されている。試験中に問題冊子の印刷の乱れ，解答用紙の汚れ等に気付いた場合は，手を挙げて監督員に知らせること。
3. 解答はすべて解答用紙の所定欄にＨＢの黒鉛筆またはＨＢのシャープペンシルで記入すること。欄外の余白には何も記入しないこと。
4. 試験が開始されたらただちに，解答用紙の所定欄（２か所）に，受験番号および氏名を正確に丁寧に記入すること。
5. いかなる場合でも，解答用紙は必ず提出すること。
6. 試験終了後，問題冊子は持ち帰ること。

$\boxed{1}$ 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または数式を解答用紙の所定欄に記入せよ。

(1) 平面上の3点A, B, Cが点Oを中心とする半径1の円周上にあり，

$$3\overrightarrow{OA} + 7\overrightarrow{OB} + 5\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{0}$$

を満たしている。このとき線分ABの長さは $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2) xy 平面上の曲線 $y = e^x$ と y 軸および直線 $y = e$ で囲まれた図形を y 軸のまわりに1回転してできる回転体の体積は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(3) 碁石を n 個一列に並べる並べ方のうち，黒石が先頭で白石どうしは隣り合わないような並べ方の総数を a_n とする。ここで，$a_1 = 1,\ a_2 = 2$ である。このとき $a_{10} = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(4) 立方体の各辺の中点は全部で12個ある。頂点がすべてこれら12個の点のうちのどれかであるような正多角形は全部で $\boxed{\text{エ}}$ 個ある。

$\boxed{2}$ xy 平面上にある3つの半直線

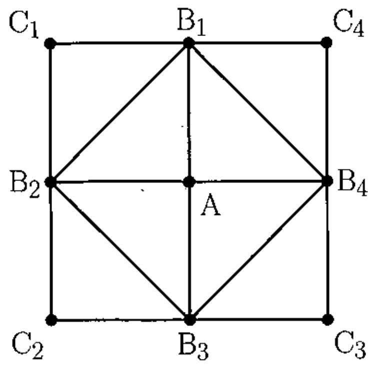
$$y = 0\ (x \geqq 0),\quad y = x\tan\theta\ (x \geqq 0),\quad y = -\sqrt{3}x\ (x \leqq 0)$$

と，原点Oを中心とする半径 r $(r \geqq 1)$ の円が交わる点をそれぞれA, B, Cとする。ただし $\dfrac{\pi}{6} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{3}$ である。

(1) 四角形OABCの面積が半径1の円に内接する正六角形の面積の $\dfrac{1}{3}$ に等しいとき，r^2 を θ を用いて表せ。

(2) $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} r^2 d\theta$ を求めよ。

3 下図のように 9 個の点 A, B_1, B_2, B_3, B_4, C_1, C_2, C_3, C_4 とそれらを結ぶ 16 本の線分からなる図形がある。この図形上にある物体 U は，毎秒ひとつの点から線分で結ばれている別の点へ移動する。ただし U は線分で結ばれているどの点にも等確率で移動するとする。最初に点 A にあった物体 U が，n 秒後に点 A にある確率を a_n とすると，$a_0 = 1$, $a_1 = 0$ である。このとき a_n $(n \geqq 2)$ を求めよ。



4 点 O$(0, 0)$, A$(4, 0)$, B$(0, 3)$ を頂点とする三角形 OAB がある。三角形 OAB の面積を 2 等分する線分の長さの最大値と最小値を求めよ。

〔以 下 余 白〕