

入学試験問題

理科



(配点 120 点)

平成 30 年 2 月 26 日 9 時 30 分—12 時

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 85 ページあります(本文は物理 4～23 ページ, 化学 24～37 ページ, 生物 38～61 ページ, 地学 62～85 ページ)。落丁, 乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら, 手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には, 必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。
- 4 解答は, 1 科目につき 1 枚の解答用紙を使用しなさい。
- 5 物理, 化学, 生物, 地学のうちから, あらかじめ届け出た 2 科目について解答しなさい。
- 6 解答用紙の指定欄に, 受験番号(表面 2 箇所, 裏面 1 箇所), 科類, 氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 7 解答は, 必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 8 解答用紙表面上方の指定された()内に, その用紙で解答する科目名を記入しなさい。
- 9 解答用紙表面の上部にある切り取り欄のうち, その用紙で解答する科目の分のみ 1 箇所をミシン目に沿って正しく切り取りなさい。
- 10 解答用紙の解答欄に, 関係のない文字, 記号, 符号などを記入してはいけません。また, 解答用紙の欄外の余白には, 何も書いてはいけません。
- 11 この問題冊子の余白は, 草稿用に使用してもよいが, どのページも切り離してはいけません。
- 12 解答用紙は, 持ち帰ってはいけません。
- 13 試験終了後, 問題冊子は持ち帰りなさい。

物 理

第1問 図1—1のように水平な床の上に質量 M の台がある。台の中央には柱があり、柱上部の点 P に質量 m の小球を長さ L の伸び縮みしない糸でつるした振り子が取り付けられている。床に固定された x 軸をとり、点 O を原点、水平方向右向きを正の向きとする。小球と糸は、柱や床に接触することなく x 軸を含む鉛直面内を運動するものとする。また、床と台の間に摩擦はなく、台は傾くことなく x 軸方向に運動するものとする。以下の設問に答えよ。ただし、重力加速度の大きさを g とし、小球の大きさ、糸の質量、および空気抵抗は無視できるとする。

I 図1—1のように、振り子の糸がたるまないように小球を鉛直方向から角度 θ_0 ($0 < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$) の位置まで持ち上げ、台と小球が静止した状態から静かに手をはなしたところ、台と小球は振動しながら運動した。

- (1) 小球が最初に最下点を通過するときの、小球の速度の x 成分を求めよ。
- (2) ある時刻における台の速度の x 成分を V 、小球の速度の x 成分を v とする。このとき、点 P から距離 l だけ離れた糸上の点の速度の x 成分を、 V 、 v 、 l 、 L を用いて表せ。
- (3) 点 P からの距離が $l = l_0$ の糸上の点 Q は、 x 軸方向には運動しない。 l_0 を、 M 、 m 、 L を用いて表せ。
- (4) 角度 θ_0 が十分小さい場合の台と小球の運動を考える。この運動の周期 T_1 は、点 Q から見た小球の運動を考察することで求めることができる。周期 T_1 を、 M 、 m 、 g 、 L を用いて表せ。ただし、 θ_0 が十分小さいため、点 Q の鉛直方向の運動は無視できるとする。また、 $|\theta|$ が十分小さいときに成り立つ近似式、 $\sin \theta \cong \theta$ を用いてよい。

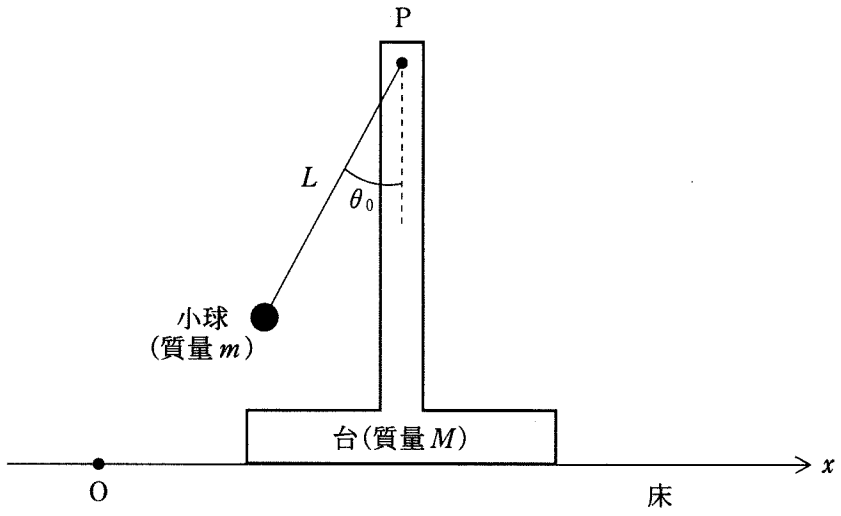


图 1—1

II 時刻 $t = 0$ で台と小球が静止し、振り子が鉛直下向きを向いている。このとき、小球は床から高さ h の位置にある。この状態から図 1—2 のように、時刻 $t \geq 0$ で台が加速度 a ($0 < a < g$) で x 軸の正の向きに等加速度運動するように、台に力 $F(t)$ を加え続けた。その結果、時刻 $t = t_0$ で、小球の高さがはじめて最大となった。

- (1) 時刻 $t = t_0$ での小球の高さを、 L, h, g, a を用いて表せ。
- (2) 時刻 $t = 0$ から t_0 までの間に、力 $F(t)$ がした仕事を、 M, m, g, a, t_0, L を用いて表せ。

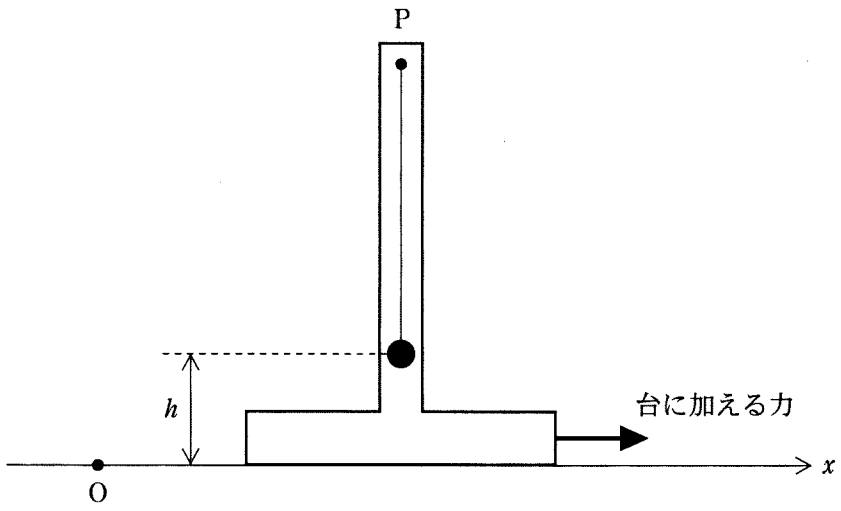
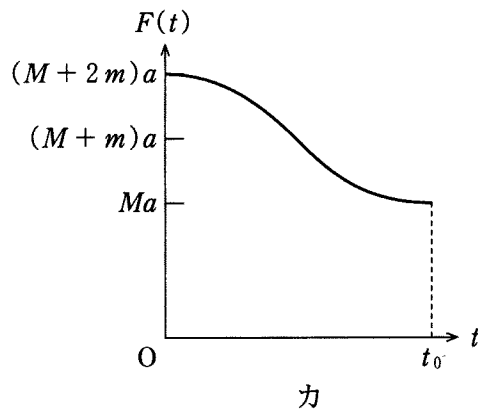
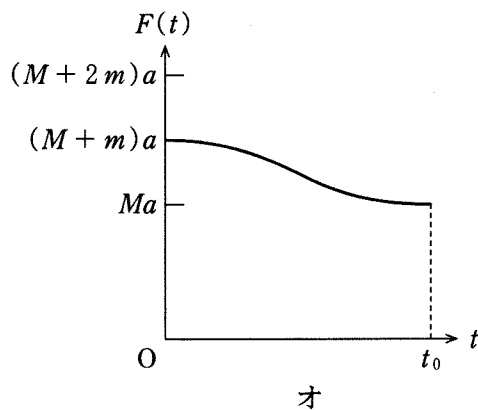
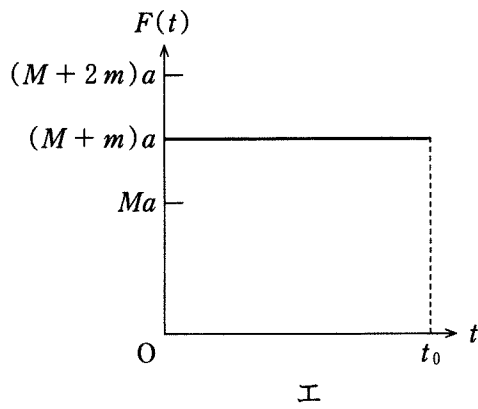
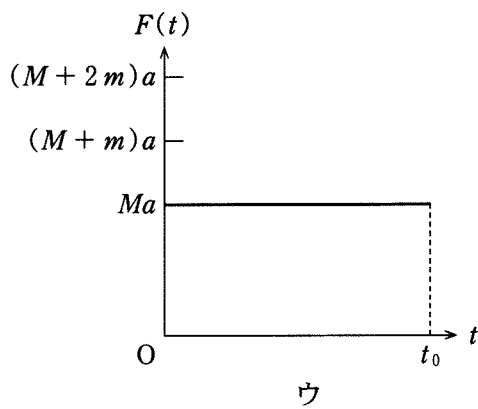
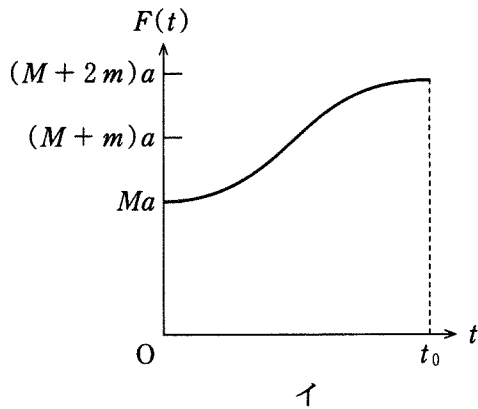
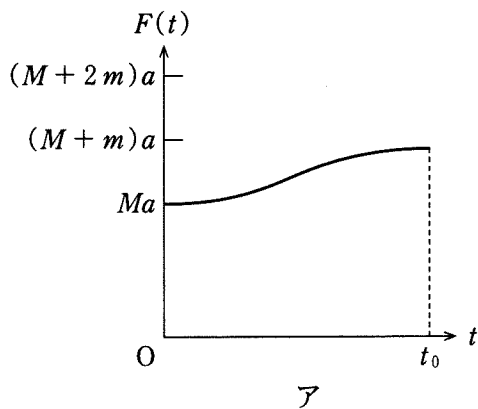


図 1—2

(3) 台に加えた力 $F(t)$ のグラフとして最も適切なものを、以下のア～カから一つ選んで答えよ。



- (4) 時刻 $t = t_0$ で、台に力を加えるのを止めたところ、台と小球はその後も運動を続けた。時刻 $t \geq t_0$ における糸上の点 Q の速度の x 成分を求めよ。また、 a が g に比べて十分小さいとき、時刻 $t \geq t_0$ における点 Q から見た小球の振動の周期 T_2 を、 M , m , g , L を用いて表せ。ただし、 $|\theta|$ が十分小さいときに成り立つ近似式、 $\sin \theta \approx \theta$ を用いてよい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第2問 真空中に置かれた、ばねを組み込んだ平行板コンデンサーに関する以下の設問に答えよ。ただし、真空の誘電率を ϵ_0 とし、ばね自身の誘電率による電気容量の変化は無視できるとする。また、金属板は十分広く端の効果は無視できるものとし、金属板間の電荷の移動は十分速くその移動にかかる時間も無視できるものとする。さらに、金属板の振動による電磁波の発生、および重力の影響も無視できるとする。

I 図2—1のように、同じ面積 S の2枚の金属板からなる平行板コンデンサーが電源につながれている。2枚の金属板は、ばね定数 k の絶縁体のばねでつながれており、上の金属板はストッパーで固定されている。下の金属板は質量 m をもち、上の金属板と平行のまま上下に移動し、上の金属板との間隔を変化させることができる。

電源の電圧を V にしたところ、ばねは自然長からわずかに縮み、金属板の間隔が d となる位置で静電気力とばねの弾性力が釣りあい、下の金属板は静止した。

- (1) 金属板間に働いている静電気力の大きさを求めよ。
- (2) ばねに蓄えられている弾性エネルギーを求めよ。
- (3) この状態から、下の金属板を引っ張り、上の金属板との間隔を d から $d + \Delta$ までわずかに広げてはなすと、下の金属板は釣りあいの位置を中心に単振動した。この単振動の周期を求めよ。ただし、 $|a|$ が1より十分小さい実数 a に対して成り立つ近似式、 $(1 + a)^{-2} \approx 1 - 2a$ を用いてよい。電源の電圧は V で一定に保たれている。

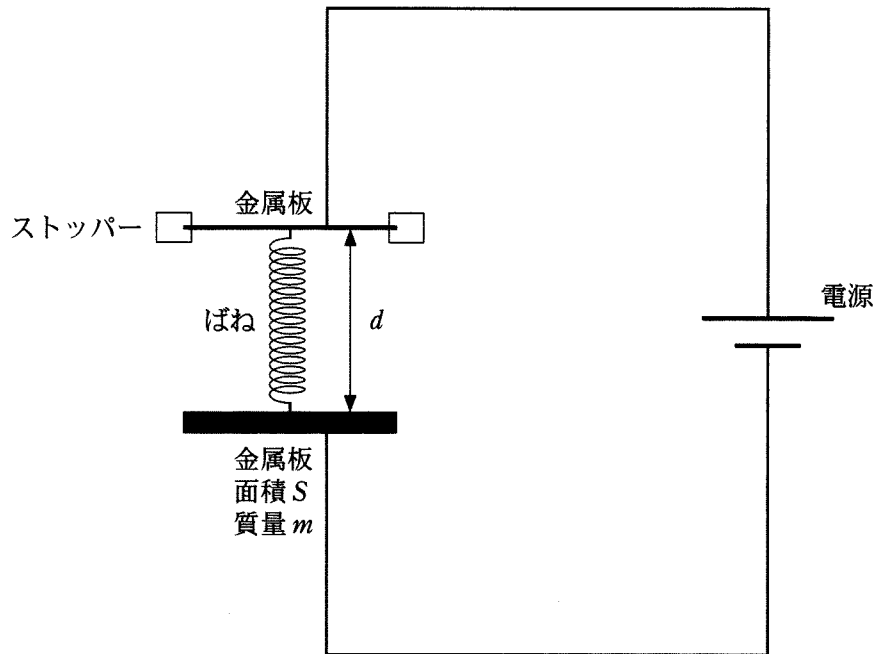


図 2—1

II 図 2—2 のような同じ面積 S の 5 枚の金属板からなる平行板コンデンサーを含む回路を考える。金属板 1, 2, 4, 5 は固定されている。質量 m をもつ金属板 3 は、金属板 4 にばね定数 k の絶縁体のばねでつながれており、ほかの金属板と平行のまま上下に移動することができる。金属板 2, 3, 4 には、それぞれ、 $-Q$, $+2Q$, $-Q$ の電荷が与えられている。金属板 1 と 5 は、図 2—2 に示すような電源と二つのスイッチを含んだ回路に接続されている。はじめ、スイッチ 1 は閉じ、スイッチ 2 は開いており、電源の電圧は 0 であった。このとき、5 枚の金属板は静止しており、隣り合った金属板の間隔はすべて l で、ばねは自然長になっていた。ばね定数 k は十分に大きいものとする。

まず、電源の電圧を 0 から小さな値 $V (V > 0)$ までゆっくり変化させた。この過程で金属板 3 は常に力のつりあいを保ちながら移動し、金属板 1 と金属板 5 にはそれぞれ $-q$, $+q$ の電荷が蓄えられた。

- (1) このとき、金属板 3 の元の位置からの変位 x を、 ϵ_0 , Q , q , k , S を用いて表せ。ただし、図 2—2 中の下向きを x の正の向きとする。
- (2) このときの $\frac{q}{V}$ を全電気容量とよぶ。 $\frac{q}{V}$ を、 ϵ_0 , Q , k , S , l を用いて表せ。
- (3) 次に、スイッチ 1 を開きスイッチ 2 を閉じると金属板 3 は単振動した。この運動において、金属板 3 の図 2—2 の位置からの変位が x のときの金属板 5 の電荷を、 Q , x , l を用いて表せ。ただし、図 2—2 中の下向きを x の正の向きとする。
- (4) 設問 II(3)の単振動の周期を求めよ。

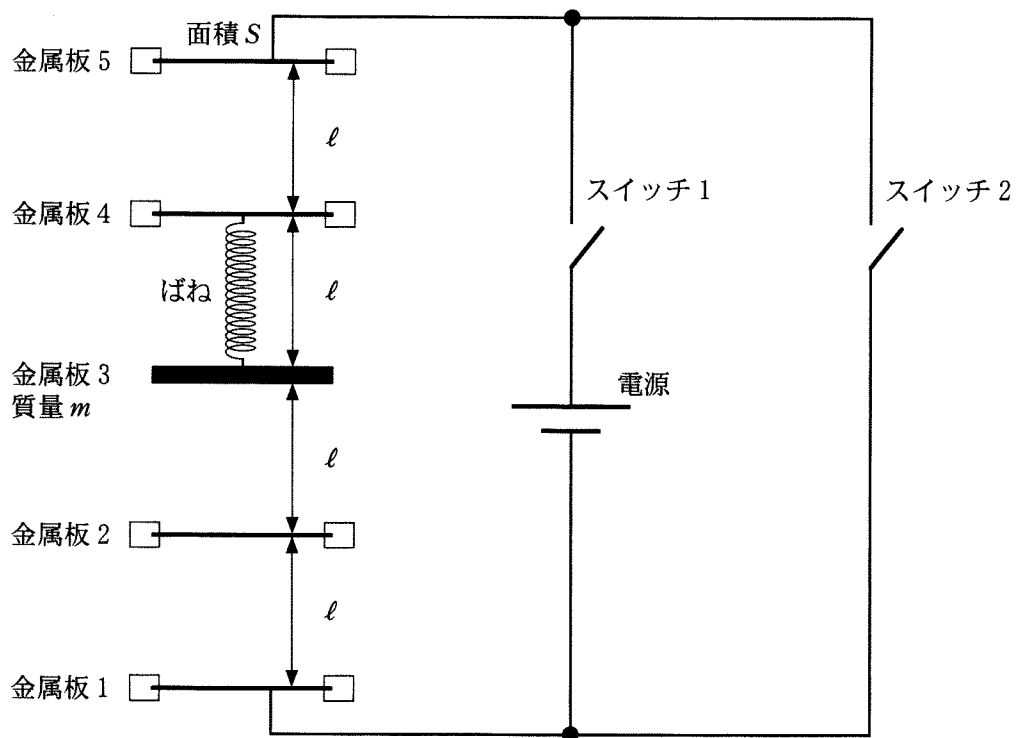


図 2—2

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第3問 図3のように、鉛直方向に立てられた3つの円柱状の容器A、容器B、容器Cが管でつながれている。3つの円柱の断面積は等しく、全て S である。容器内には密度が一樣な液体が入っており、液体は管を通して3つの容器の間を自由に移動できる。容器Aと容器Bの上端は閉じられ、容器Cの上端は開いている。容器Aの液面より上は何もない空間(真空)であり、容器Bの液面より上には単原子分子の理想気体が入っている。以下の設問に答えよ。ただし、気体と液体および気体と容器の間の熱の移動はないものとする。また、各容器の液面は水平かつ常に管より上にあり、液体の蒸発や体積の変化は無視できるものとし、容器Bの気体のモル数は常に一定であるとする。

I 最初、図3のように容器A、容器Bの液面が容器Cの液面に比べてそれぞれ $5h$ 、 $2h$ だけ高く、また容器Aの真空部分の長さが h 、容器Bの気体部分の長さが $4h$ であった。このとき容器Bの気体の圧力 p_1 を、外気圧 p_0 を用いて表せ。

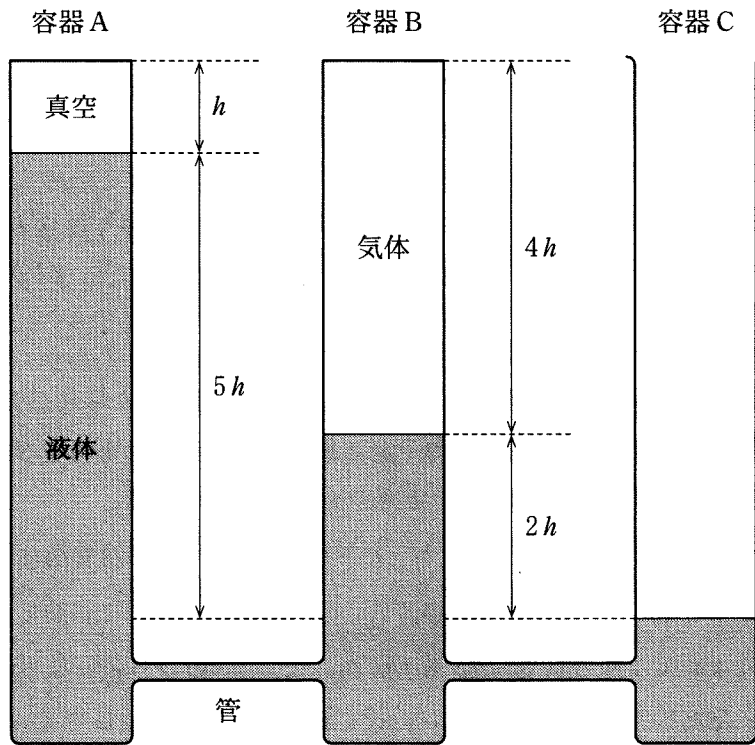


图 3

II 図3の状態から、外気圧を p_0 に保ったまま、容器Bの気体にわずかな熱量をゆつくりと与えたところ、容器Bの液面が x だけわずかに下がった。

- (1) 容器A、容器Cの液面はそれぞれどちら向きにどれだけ移動するかを答えよ。
- (2) 容器Bの気体の体積、圧力、温度が (V_1, p_1, T_1) から $(V_1 + \Delta V, p_1 + \Delta p, T_1 + \Delta T)$ に変化したとする。体積と圧力の変化率 $\frac{\Delta V}{V_1}$ 、 $\frac{\Delta p}{p_1}$ を、 x と h を用いて表せ。
- (3) 容器Bの気体がした仕事 W を求めよ。ただし、 x は h に比べて十分小さく、容器Bの気体の圧力は p_1 で一定であるとして、 x^2 に比例する項は無視してよい。
- (4) 液体の位置エネルギーの変化を ΔE とする。 ΔE は、容器Bの液面付近にある厚さ x 、断面積 S の液体が、容器A、容器Cの液面付近に移動したと考えることによって求められる。 ΔE を p_0 、 p_1 、 x 、 h 、 S のうち必要なものを用いて表せ。ただし、設問II(3)と同様に、 x^2 に比例する項は無視してよい。
- (5) W と ΔE が等しいか等しくないかを答え、等しくない場合はその原因を簡潔に述べよ。

III 図3の状態から、外気圧を p_0 に保ったまま容器Bの気体に熱量をゆつくり与えていったところ、ある時点で容器Aの液面がちょうど上端に達し、真空部分がなくなった。

- (1) この時点での容器Bの気体の体積、圧力、温度 (V_2, p_2, T_2) は、熱量を与える前の値 (V_1, p_1, T_1) のそれぞれ何倍になっているかを答えよ。
- (2) この時点までに容器Bの気体に与えられた熱量 Q と温度変化 $T_2 - T_1$ の比 $C = \frac{Q}{T_2 - T_1}$ を、容器Bの気体のモル数 n と気体定数 R を用いて表せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)