入学試験問題 ㊎

理　　科

(配点 120 点)

平成 25 年 2 月 26 日　　9 時 30 分—12 時

注　意　事　項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけません。

2　この問題冊子は全部で 81 ページあります(本文は物理 4 〜17 ページ，化学 18〜35 ページ，生物 36〜61 ページ，地学 62〜81 ページ)。落丁，乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　解答には，必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。

4　解答は，1科目につき1枚の解答用紙を使用しなさい。

5　物理，化学，生物，地学のうちから，あらかじめ届け出た2科目について解答しなさい。

6　**解答用紙の指定欄に，受験番号(表面2箇所，裏面1箇所)，科類，氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。**

7　**解答は，必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。**

8　解答用紙表面上方の指定された(　　　)内に，その用紙で解答する科目名を記入しなさい。

9　解答用紙表面の上部にある切り取り欄のうち，その用紙で解答する科目の分を1箇所だけ正しく切り取りなさい。

10　**解答用紙の解答欄に，関係のない文字，記号，符号などを記入してはいけません。また，解答用紙の欄外の余白には，何も書いてはいけません。**

11　この問題冊子の余白は，草稿用に使用してもよいが，どのページも切り離してはいけません。

12　解答用紙は，持ち帰ってはいけません。

13　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

◇M6(091—113)

計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

物　　　　理

第１問　次のⅠ，Ⅱの各問に答えよ。

Ⅰ　図１―１のように，なめらかな水平面上で，ばね定数が k のばね２本を向かい合わせに，それぞれ左側および右側の壁に一端を固定し，他方の端に同じ質量 m の小球１および２をそれぞれ取りつけた。ばねが自然長のとき，小球間の距離は d であった。ただし，小球の大きさとばねの質量は無視してよい。

今，図１―２のように，小球１を，ばねが自然長になる位置から，ばねが縮む方向に距離 s だけ動かし（$s > d$），そこで静かに放した。以下の設問に答えよ。

(1)　小球１は動き始め小球２に衝突した。衝突直前の小球１の速さを求めよ。

(2)　小球どうしの衝突は弾性衝突であるとして，この衝突直後の小球１と小球２の速さをそれぞれ求めよ。

(3)　この衝突後，再び衝突するまでに，小球１側のばねおよび小球２側のばねは，それぞれ自然長から最大どれだけ縮むか答えよ。

(4)　$s = \sqrt{2}\,d$ の場合に，最初の衝突から再衝突までの時間を求めよ。

Ⅱ　次に，あらい水平面上に，Ⅰと同じばねと小球を用意した場合を考える。どちらの小球も水平面との間の静止摩擦係数は μ，動摩擦係数は μ' である。重力加速度の大きさを g として以下の設問に答えよ。

(1)　Ⅰと同じように（図１―２），小球１を，ばねが自然長になる位置から，ばねが縮む方向に距離 s だけ動かし，そこで静かに放した。小球１が動き始めるために，s がみたすべき条件を求めよ。

(2)　小球１が動き始めた後，小球２に衝突するために s がとるべき最小値を求めよ。

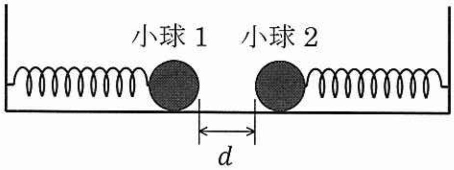

図 1 — 1

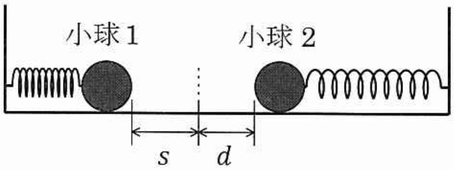

図 1 — 2

計 算 用 紙

（切り離さないで用いよ。）

計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

第２問　電荷をもった粒子の運動を磁場により制御することを考える。重力の効果は無視できるものとして，以下の設問に答えよ。ただし，角度の単位はすべてラジアンとする。また，θ を微小な角度とするとき，$\cos\theta \fallingdotseq 1$，$\sin\theta \fallingdotseq \theta$，$\tan\theta \fallingdotseq \theta$ と近似してよい。

Ⅰ　図２―１のように，$|x| \leqq \dfrac{d}{2}$ の領域 A_1 にのみ，磁束密度が y 座標にゆるやかに依存する磁場が z 軸方向(紙面に垂直，手前向きを正)にかけられている。質量 m，正の電荷 q をもつ粒子Ｐを，x 軸正方向に速さ v で領域 A_1 に入射する。

(1)　領域 A_1 を通過した結果，粒子Ｐの運動方向が微小な角度だけ曲がり，その x 軸からの角度が θ となった。領域 A_1 内を通過する間，粒子の y 座標の変化は小さく，粒子にはたらく磁束密度 B はその間一定としてよいとする。このときの θ を求めよ。以後，角度の向きは図２―１の矢印の向きを正とする。

(2)　領域 A_1 内の磁束密度が y 座標に比例し，正の定数 b を用いて $B = by$ と表されるとき，粒子Ｐは入射時の y 座標によらず x 軸上の同じ点 $(x, y) = (f, 0)$ を通過する。このとき f を求めよ。ただし，d は f に比べて無視できるほど小さいとする。また，領域 A_1 内を通過する間，粒子の y 座標の変化は小さく，粒子にはたらく磁束密度 B はその間一定としてよいとする。

(3)　図２―２(a)のように配置された電磁石の組の点線で囲まれた範囲(拡大図と座標を図２―２(b)に示す)を考える。鉄芯(しん)を適切な形に製作すると，$z = 0$ の平面内で(2)のような磁場が実現できる。このとき，二つの電磁石に流す電流 I_1，I_2 の向きはどうするべきか。それぞれの符号を答えよ。ただし，図中の矢印の向きを正とする。

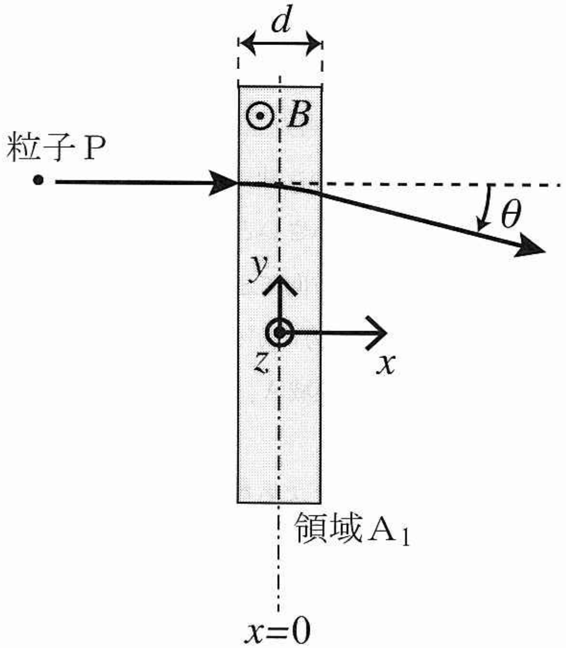

図 2 — 1

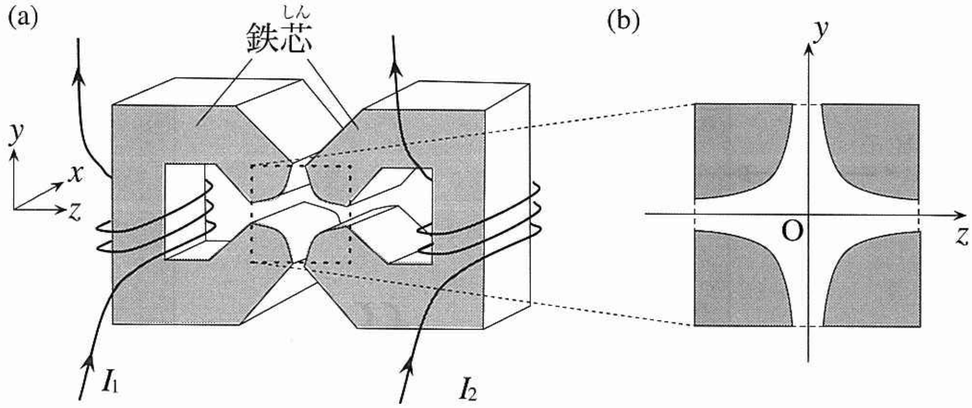

図 2 — 2

Ⅱ　次に，Ⅰ(2)の領域 A_1 に加えて，図２—３のように，$x=\dfrac{3}{2}f$ を中心とし幅 d の範囲に，z 軸方向に磁束密度 kby（k は定数）の磁場がかかっている領域 A_2 を考える。ここで，領域 A_1 と A_2 を両方通過した後の粒子の運動方向の変化は，それぞれの領域でⅠ(1)のように求めた曲げ角の和として計算できるものとし，また d は f に比べて無視できるほど小さいとしてよいとする。粒子Ｐと，同じ電荷 q をもつ別の粒子Ｑとが，x 軸正方向に速さ v をもって $y=y_0$ で領域 A_1 に別個に入射したところ，粒子Ｐの運動方向が微小な角度 θ_0，粒子Ｑの運動方向が角度 $\dfrac{\theta_0}{2}$ だけ曲げられて，それぞれ領域 A_2 に入射した。

(1)　粒子Ｑの質量を求めよ。

(2)　粒子Ｐ，粒子Ｑが領域 A_2 に入る際の y 座標は，それぞれ y_0 の何倍となるか。

(3)　粒子Ｐ，粒子Ｑが領域 A_2 を通過した後の運動方向の x 軸からの角度を，それぞれ k と θ_0 を用いて表せ。

(4)　k の値を調整すると，粒子Ｐと粒子Ｑが $x>\dfrac{3}{2}f$ で x 軸上の同じ点を通過するようにできる。このときの k の値を求めよ。

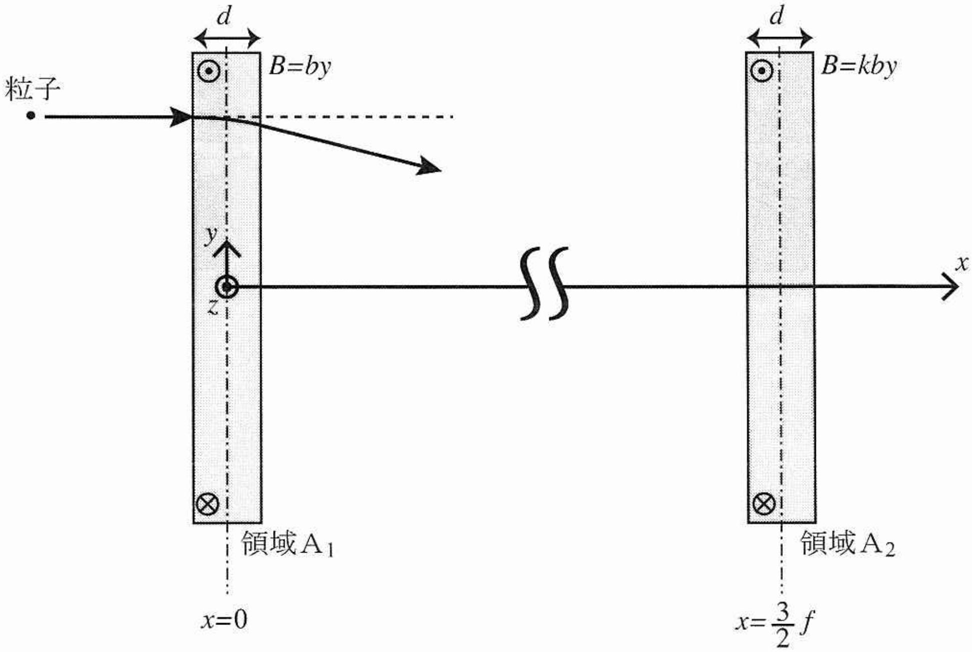

図２—３

計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

第3問　次のⅠ，Ⅱ，Ⅲの各問に答えよ。なお，角度の単位はラジアンとする。

Ⅰ　図3―1のように，超音波発振器を用いて平面波に近い超音波を板Aに入射する(板中の直線は波面を表す)。振動数を変化させながら縦波の超音波を板面に垂直に入射したところ，振動数がf_0の整数倍になるごとに板が共振した。板Aの厚さをh_A，板A内を伝わる縦波の超音波の速さをV_Aとする。また，板の両面は自由端とする。

(1)　f_0をh_A，V_Aを用いて表せ。

(2)　$V_A = 5.0 \times 10^3\,\mathrm{m/s}$のとき，振動数$2.0 \times 10^6\,\mathrm{Hz}$と$3.0 \times 10^6\,\mathrm{Hz}$の両方で共振が起こった。$h_A$の最小値を求めよ。

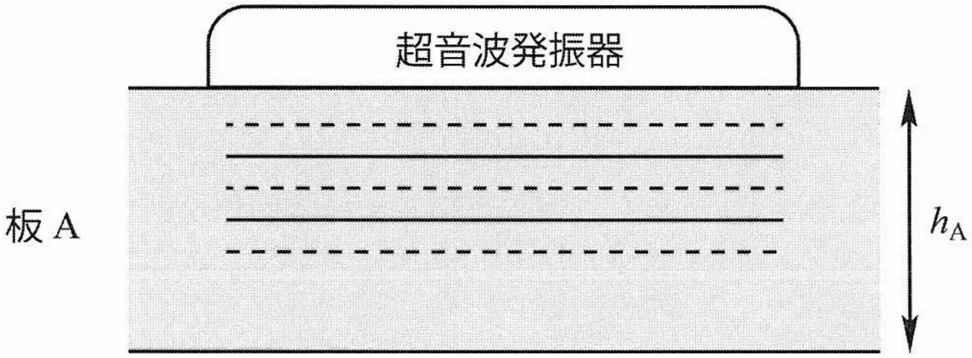

図3―1

計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）

Ⅱ　固体中では縦波と横波の両方が存在する。縦波と横波は速さが異なり，縦波のほうが k 倍($k > 1$)速い。図3―2のように板Aと，それとは材質の異なる板Bを貼り合わせ，2層構造を持つ板を作製した。板B内を伝わる縦波の速さを V_B とし，$\dfrac{V_B}{k} > V_A$ とする。また，k の値は物質の種類によらないとする。

板Aの表面上の点Oから，図3―2のように板A内を角度 α($0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}$)で伝わる縦波を入射した。すると，境界面で縦波の反射波，屈折波のみならず，横波の反射波と屈折波も発生した。反射角は，縦波と横波についてそれぞれ θ と θ' であった。屈折角は，縦波と横波についてそれぞれ ϕ と ϕ' であった。

(1)　縦波の反射角 θ が入射角 α と等しくなることをホイヘンスの原理に基づいて考える。図3―3中の記号P，Q，R，Sを用いて，$\boxed{}$ を埋めよ。

> 図3―3において，PQに平行な波面を持つ入射波が速さ V_A で進んでいる。波面上の2点がそれぞれP，Qを通過してから時間 T 後，Qを通過した側が境界上の点Sに達したとする。このとき，Pから発せられた素元波が時間 T 後になす半円に対してSから引いた接線RSが反射波の波面となる。△PQSと△SRPにおいて，$\angle PQS = \angle SRP = \dfrac{\pi}{2}$，
> $\boxed{\text{ア}} = \boxed{\text{イ}} = V_AT$，PS = SP(共通)であるから△PQSと△SRPは合同である。また，△PQSは∠PQSを直角とする直角三角形であるから，$\alpha = \angle\boxed{\text{ウ}}$。同様に，△SRPは∠SRPを直角とする直角三角形であるから，$\theta = \angle\boxed{\text{エ}}$。ゆえに，$\alpha = \theta$ である。

(2)　横波の反射角 θ' について，$\sin\theta'$ を求めよ。

(3)　縦波の屈折角 ϕ，横波の屈折角 ϕ' について，$\sin\phi$ と $\sin\phi'$ を求めよ。

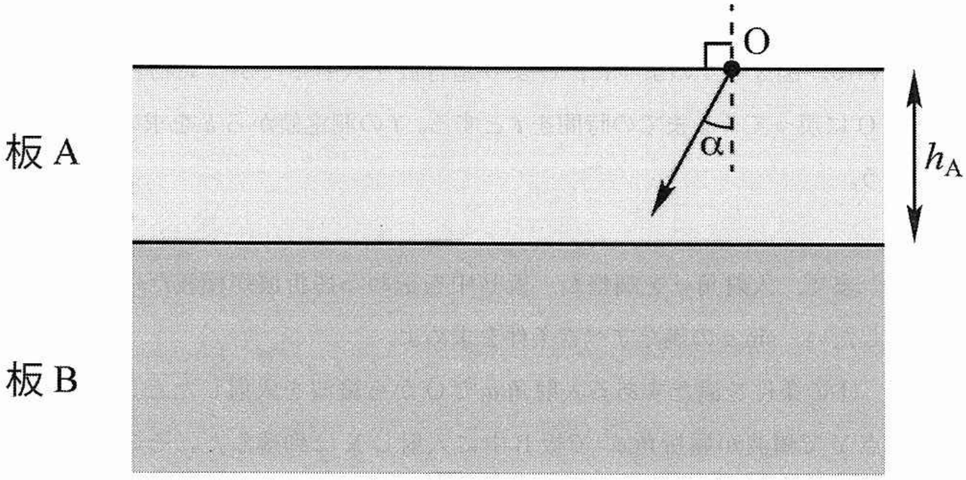

図 3 — 2

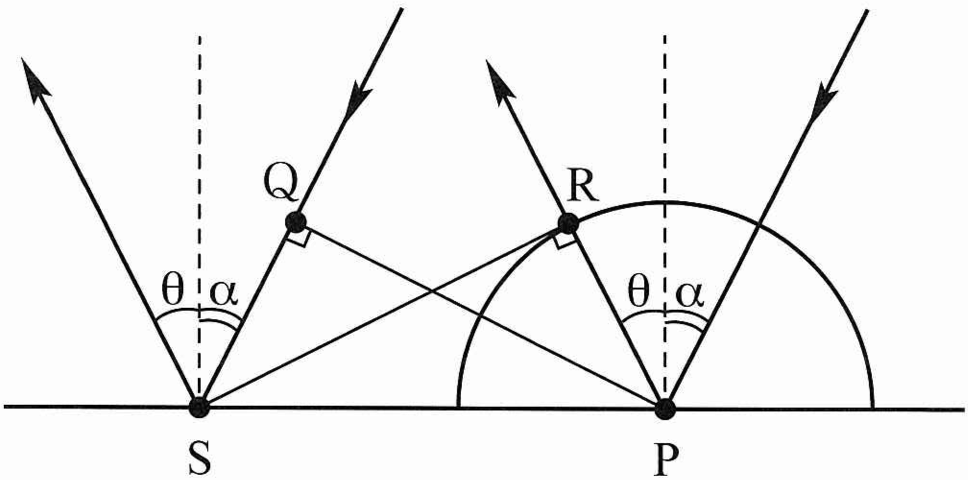

図 3 — 3

Ⅲ　Ⅱで作製した2層構造を持つ板の境界面から深さ h の位置に異物Xが存在している。図3―4のように，Oより超音波を入射してから異物表面での反射波がOに戻ってくるまでの時間を t とする。t の測定値から h を求める方法を考えよう。

(1)　まず，入射角 α を調整し，板B中を伝わる屈折波が横波だけとなるようにしたい。$\sin\alpha$ の満たすべき条件を求めよ。

(2)　(1)の条件を満たすある入射角 α でOから縦波を入射したところ，境界上の点Yで横波が屈折角 ϕ' で板B中に入射しXに到達した。その後，同じ経路をたどって反射波がOに戻ってきた。t を k, h, h_A, V_A, V_B, α, ϕ' を用いて表せ。ただしXの大きさは無視せよ。

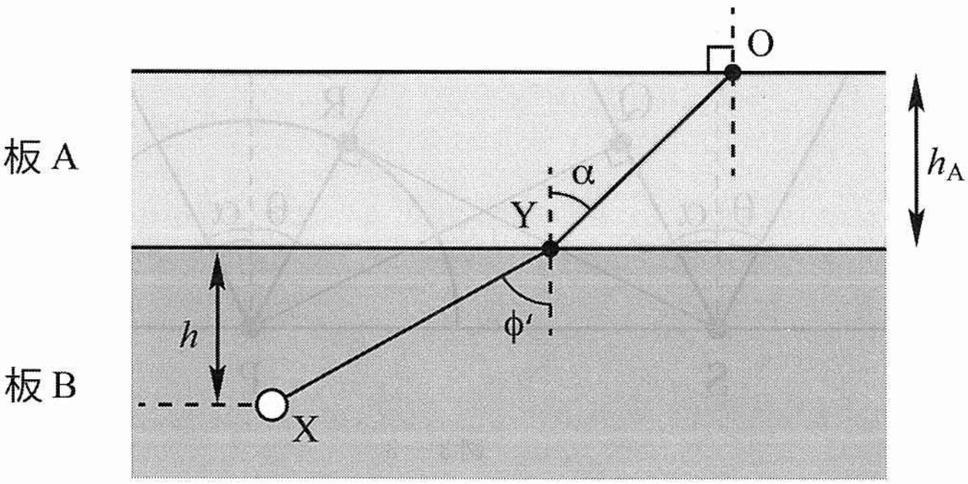

図3―4

計　算　用　紙

（切り離さないで用いよ。）