

入学試験問題

数学(文科)



(配点 80 点)

平成 29 年 2 月 25 日 14 時—15 時 40 分

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 14 ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。
- 4 解答用紙の指定欄に、受験番号(表面 2 箇所、裏面 1 箇所)、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 5 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 9 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

本日、23時以降、東進公式サイト

「東進ドットコム」で東大数学解答例を
掲載する予定です。

必ず解答例を確認し、しっかり復習することで東大受験の学習に
役立てましょう。

www.toshin.com



計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 1 問

座標平面において2つの放物線 $A: y = s(x-1)^2$ と $B: y = -x^2 + t^2$ を考える。
ただし s, t は実数で, $0 < s, 0 < t < 1$ をみたすとする。放物線 A と x 軸および y 軸
で囲まれる領域の面積を P とし, 放物線 B の $x \geq 0$ の部分と x 軸および y 軸で囲まれ
る領域の面積を Q とする。 A と B がただ1点を共有するとき, $\frac{Q}{P}$ の最大値を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 2 問

1 辺の長さが 1 の正六角形 ABCDEF が与えられている。点 P が辺 AB 上を、点 Q が辺 CD 上をそれぞれ独立に動くとき、線分 PQ を 2 : 1 に内分する点 R が通りうる範囲の面積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 3 問

座標平面上で x 座標と y 座標がいずれも整数である点を格子点という。格子点上を次の規則 (a), (b) に従って動く点 P を考える。

(a) 最初に、点 P は原点 O にある。

(b) ある時刻で点 P が格子点 (m, n) にあるとき、その 1 秒後の点 P の位置は、隣接する格子点 $(m+1, n)$, $(m, n+1)$, $(m-1, n)$, $(m, n-1)$ のいずれかであり、また、これらの点に移動する確率は、それぞれ $\frac{1}{4}$ である。

(1) 最初から 1 秒後の点 P の座標を (s, t) とする。 $t-s=-1$ となる確率を求めよ。

(2) 点 P が、最初から 6 秒後に直線 $y=x$ 上にある確率を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

第 4 問

$p = 2 + \sqrt{5}$ とおき、自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して

$$a_n = p^n + \left(-\frac{1}{p}\right)^n$$

と定める。以下の問いに答えよ。ただし設問 (1) は結論のみを書けばよい。

- (1) a_1, a_2 の値を求めよ。
- (2) $n \geq 2$ とする。積 $a_1 a_n$ を、 a_{n+1} と a_{n-1} を用いて表せ。
- (3) a_n は自然数であることを示せ。
- (4) a_{n+1} と a_n の最大公約数を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)