

入学試験問題

数学(文科)



(配点 80 点)

平成 27 年 2 月 25 日 14 時—15 時 40 分

注意事項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 問題はすべて新課程と旧課程とに共通です。
- 3 この問題冊子は全部で 14 ページあります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 4 解答には、必ず黒色鉛筆(または黒色シャープペンシル)を使用しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号(表面 2 箇所、裏面 1 箇所)、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外にこれらを記入してはいけません。
- 6 解答は、必ず解答用紙の指定された箇所に記入しなさい。
- 7 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。また、解答用紙の欄外の余白には、何も書いてはいけません。
- 8 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 解答用紙は、持ち帰ってはいけません。
- 10 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

以下の命題 A, B それぞれに対し, その真偽を述べよ。また, 真ならば証明を与え, 偽ならば反例を与えよ。

命題 A n が正の整数ならば, $\frac{n^3}{26} + 100 \geq n^2$ が成り立つ。

命題 B 整数 n, m, l が $5n + 5m + 3l = 1$ をみたすならば, $10nm + 3ml + 3nl < 0$ が成り立つ。

第 2 問

座標平面上の 2 点 $A(-1, 1)$, $B(1, -1)$ を考える。また, P を座標平面上の点とし, その x 座標の絶対値は 1 以下であるとする。次の条件 (i) または (ii) をみたす点 P の範囲を図示し, その面積を求めよ。

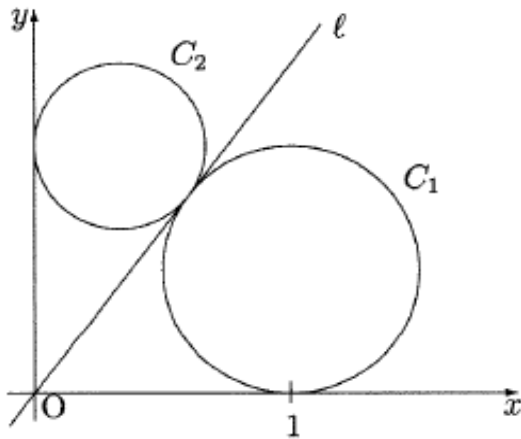
- (i) 頂点の x 座標の絶対値が 1 以上の 2 次関数のグラフで, 点 A , P , B をすべて通るものがある。
- (ii) 点 A , P , B は同一直線上にある。

第 3 問

ℓ を座標平面上の原点を通り傾きが正の直線とする。さらに、以下の 3 条件 (i), (ii), (iii) で定まる円 C_1 , C_2 を考える。

- (i) 円 C_1 , C_2 は 2 つの不等式 $x \geq 0$, $y \geq 0$ で定まる領域に含まれる。
- (ii) 円 C_1 , C_2 は直線 ℓ と同一点で接する。
- (iii) 円 C_1 は x 軸と点 $(1, 0)$ で接し、円 C_2 は y 軸と接する。

円 C_1 の半径を r_1 、円 C_2 の半径を r_2 とする。 $8r_1 + 9r_2$ が最小となるような直線 ℓ の方程式と、その最小値を求めよ。



第 4 問

投げたとき表と裏の出る確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ のコインを1枚用意し、次のように左から順に文字を書く。

コインを投げ、表が出たときは文字列 AA を書き、裏が出たときは文字 B を書く。さらに繰り返しコインを投げ、同じ規則に従って、AA, B をすでにある文字列の右側につなげて書いていく。

たとえば、コインを5回投げ、その結果が順に表、裏、裏、表、裏であったとすると、得られる文字列は、

A A B B A A B

となる。このとき、左から4番目の文字はB、5番目の文字はAである。

- (1) n を正の整数とする。 n 回コインを投げ、文字列を作るとき、文字列の左から n 番目の文字が A となる確率を求めよ。
- (2) n を2以上の整数とする。 n 回コインを投げ、文字列を作るとき、文字列の左から $n-1$ 番目の文字が A で、かつ n 番目の文字が B となる確率を求めよ。