

K 3 物 理

この冊子は、物理の問題で 1 ページより 35 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用マークシートにマークしたものが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HB または B)を使用してください。

指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえで、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。

2 箇所以上マークすると採点されません。

あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。

ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

1

次の問題の の中に入れるべき最も適当なものをそれぞれの解答群の中から選び、その番号を解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。
(同じ番号を何回用いてもよい。)

(34 点)

以下では、長さ、質量、時間の単位をそれぞれ m , kg , s とし、その他の物理量に対してはこれらを組み合わせた単位を使用する。例えば、力の単位 N は、 $kg \cdot m/s^2$ と表すことができる。なお、角度はラジアンで測るものとする。

以下では図 1-1 に示すように、水平な床の上にある台(または斜面)と、台(または斜面)の上に置いた物体の運動について考える。なお、台または斜面上の物体は、小問 (1) では大きさを考えない小物体とし、小問 (2) では大きさのある物体とする。なお、本問題の全ての図は鉛直断面図であり、この面内での運動を考える。図中の x - y 軸、ならびに X - Y 軸は、この断面と同じ面内にあるものとする。 x - y 軸に関しては、水平な床に対し平行な向きに x 軸を、床に対し鉛直な向きに y 軸をとり、また、 X - Y 軸に関しては、斜面に平行な向きに X 軸を、斜面に垂直な向きに Y 軸をとり、それぞれ矢印の向きを正の向きとする。以下では、物体の運動に対する空気による抵抗力の影響は無視できるものとし、重力加速度の大きさを g とする。

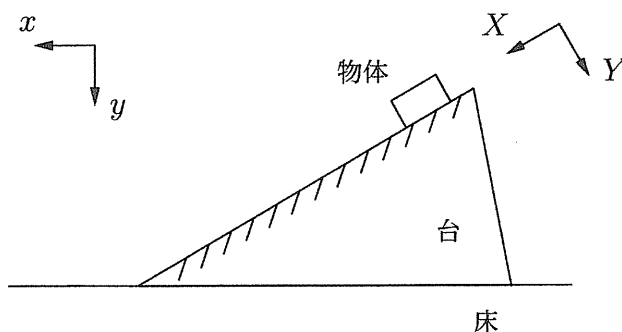


図 1-1

- (1) 図 1-2 に示すように、水平な床の上に、水平面に対し角度 θ だけ傾いた斜面をもつ台がある。水平面と斜面の間の角度 (以降では斜面の角度とよぶ) θ は、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の間で任意の角度になめらかに変えられるものとする。なお、床と台の間には摩擦力は働かないものとし、斜面と小物体の間には摩擦力が働くものとする。斜面上の点 P は、はじめに小物体が置かれている位置を、また、斜面上の点 Q は、点 P よりも高さが h だけ低い位置を表す。

以下では、台と小物体の質量をそれぞれ M, m 、台の斜面と小物体の間の静止摩擦係数と動摩擦係数をそれぞれ μ_1, μ'_1 ($\mu_1 > \mu'_1$) とする。

- (a) はじめに、台を水平な床に対して動かないように固定した状態で、斜面上の点 P に、小物体を静かに置いて手を離したところ、小物体は斜面上で静止した。この状態から、斜面の角度 θ を少しずつ大きくしたところ、 $\theta = \theta_0$ をこえたところで、点 P で静止していた小物体は動き出し、点 Q を通過しすべり落ちて行った。このことから、台の斜面と小物体の間の静止摩擦係数が $\mu_1 = \boxed{\text{(ア)}}$ であることがわかる。

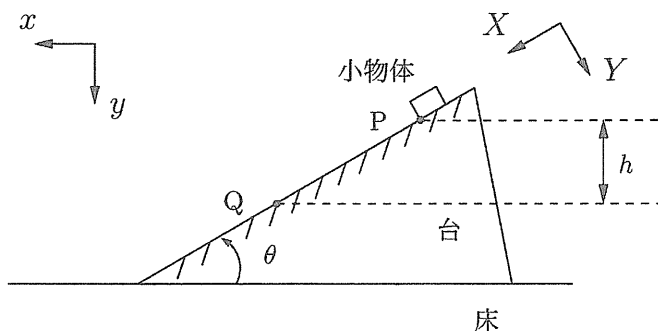


図 1-2

(下書き用紙)

(ア) の解答群

① $g \sin \theta_0$

① $g \cos \theta_0$

② $g \tan \theta_0$

③ $\sin \theta_0$

④ $\frac{1}{\sin \theta_0}$

⑤ $\cos \theta_0$

⑥ $\frac{1}{\cos \theta_0}$

⑦ $\tan \theta_0$

⑧ $\frac{1}{\tan \theta_0}$

(b) 次に、斜面の角度を $\theta > \theta_0$ を満たす角度 θ に固定した。いったん小物体を点 P の位置に戻し、台と小物体が動かないように手で支えた状態から、手を離れたところ、小物体が斜面をすべり落ちると同時に、台が床に対して一定の加速度で運動した。

まず、台の運動について考える。床の上で静止している観測者から見た台の x 軸方向の運動方程式は、台の x 軸方向の加速度を α_x 、小物体が台の斜面から受ける垂直抗力の大きさを N とすると、

$$M\alpha_x = \boxed{\text{(イ)}}$$

と表すことができる。

次に、小物体の運動について考える。斜面上に静止している観測者から見た小物体の X 軸方向の運動方程式は、小物体の X 軸方向の加速度を β_X とすると、

$$m\beta_X = \boxed{\text{(ウ)}}$$

と表すことができる。一方、小物体の Y 軸方向の加速度を β_Y とすると、小物体が斜面上で運動することから、 $\beta_Y = 0$ と表すことができる。このことから、小物体に働く Y 軸方向の力のつり合いを考えると、垂直抗力の大きさ N は、

$$N = \boxed{\text{(エ)}}$$

と表すことができる。

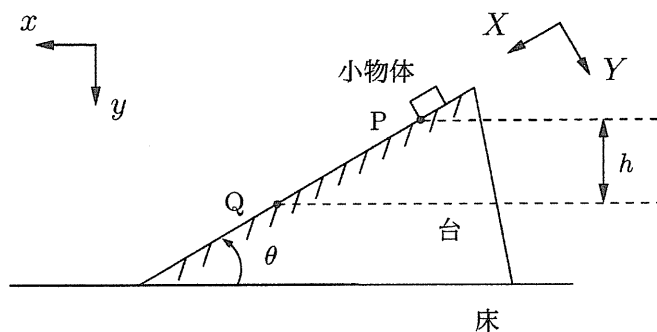


図 1-2 (再掲)

(イ) の解答群

- ① $-N\sin\theta$ ① $-N\cos\theta$ ② $\mu'_1 N\cos\theta - N\sin\theta$
③ $\mu'_1 N\cos\theta - N\cos\theta$ ④ $\mu'_1 N\sin\theta - N\sin\theta$ ⑤ $\mu'_1 N\sin\theta - N\cos\theta$
⑥ $-\mu'_1 N\cos\theta - N\sin\theta$ ⑦ $-\mu'_1 N\cos\theta - N\cos\theta$ ⑧ $-\mu'_1 N\sin\theta - N\sin\theta$
⑨ $-\mu'_1 N\sin\theta - N\cos\theta$

(ウ) の解答群

- ① $mg\sin\theta - \mu'_1 N$ ① $mg\cos\theta - \mu'_1 N$
② $mg\sin\theta + \mu'_1 N$ ③ $mg\cos\theta + \mu'_1 N$
④ $mg\sin\theta - \mu'_1 N - m\alpha_x\cos\theta$ ⑤ $mg\cos\theta - \mu'_1 N - m\alpha_x\cos\theta$
⑥ $mg\sin\theta - \mu'_1 N - m\alpha_x\sin\theta$ ⑦ $mg\cos\theta - \mu'_1 N - m\alpha_x\sin\theta$
⑧ $mg\sin\theta + \mu'_1 N + m\alpha_x\cos\theta$ ⑨ $mg\cos\theta + \mu'_1 N + m\alpha_x\cos\theta$

(エ) の解答群

- ① $mg\sin\theta$ ① $mg\cos\theta$
② $mg\sin\theta - m\alpha_x\cos\theta$ ③ $mg\cos\theta - m\alpha_x\cos\theta$
④ $mg\sin\theta + m\alpha_x\sin\theta$ ⑤ $mg\cos\theta + m\alpha_x\sin\theta$
⑥ $-mg\sin\theta + m\alpha_x\cos\theta$ ⑦ $-mg\cos\theta + m\alpha_x\cos\theta$
⑧ $-mg\sin\theta - m\alpha_x\cos\theta$ ⑨ $-mg\cos\theta - m\alpha_x\cos\theta$

以上のことから、台と小物体の加速度は、それぞれ $\alpha_x =$ (オ) , $\beta_x =$

(カ) と求められる。

また、小物体が斜面を滑りながら時間 t_1 の間に点 P から点 Q へ移動したとすると、 $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \times$ (キ) と求められる。また、小物体が斜面をすべり始めると同時に、台は床の上を移動し始めるが、時間 t_1 の間に水平方向に距離 (ク) だけ移動する。

(オ) の解答群

① $\frac{m}{M} g \sin\theta \cos\theta$

① $-\frac{m}{M} g \sin\theta \cos\theta$

② $\frac{mg \sin\theta \cos\theta}{M + m \sin^2\theta}$

③ $-\frac{mg \sin\theta \cos\theta}{M - m \sin^2\theta}$

④ $\frac{m}{M} g \cos\theta (\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)$

⑤ $-\frac{m}{M} g \cos\theta (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)$

⑥ $\frac{mg \cos\theta (\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}{M - m \sin\theta (\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}$

⑦ $-\frac{mg \cos\theta (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}{M + m \sin\theta (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}$

⑧ $\frac{mg \cos\theta (\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}{M + m \sin\theta (\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}$

⑨ $-\frac{mg \cos\theta (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}{M - m \sin\theta (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}$

(カ) の解答群

① $g \sin\theta$

① $g \cos\theta$

② $g (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)$

③ $g (\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)$

④ $\frac{g(M + m)(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}{M + m \sin\theta (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}$

⑤ $\frac{g(M + m)(\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}{M + m \sin\theta (\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}$

⑥ $\frac{g(M + m)(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}{M - m \sin\theta (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}$

⑦ $\frac{g(M + m)(\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}{M - m \sin\theta (\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}$

⑧ $\frac{g(M + m - \mu'_1 m \sin\theta \cos\theta)(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}{M + m \sin\theta (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}$

⑨ $\frac{g(M + m - \mu'_1 m \sin\theta \cos\theta)(\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}{M + m \sin\theta (\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}$

(下書き用紙)

(キ) の解答群

$$\textcircled{0} \frac{1}{\sqrt{\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta}}$$

$$\textcircled{1} \frac{1}{\sqrt{\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta}}$$

$$\textcircled{2} \sqrt{\frac{M + m \sin\theta (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}{\sin\theta (M + m)(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}}$$

$$\textcircled{3} \sqrt{\frac{M + m \sin\theta (\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}{\sin\theta (M + m)(\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}}$$

$$\textcircled{4} \sqrt{\frac{M - m \sin\theta (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}{\sin\theta (M + m)(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}}$$

$$\textcircled{5} \sqrt{\frac{M - m \sin\theta (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}{\sin\theta (M + m)(\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}}$$

$$\textcircled{6} \sqrt{\frac{M + m \sin\theta (\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}{\sin\theta (M + m - \mu'_1 m \sin\theta \cos\theta)(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta)}}$$

$$\textcircled{7} \sqrt{\frac{M + m \sin\theta (\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}{\sin\theta (M + m - \mu'_1 m \sin\theta \cos\theta)(\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta)}}$$

(ク) の解答群

$$\textcircled{0} \frac{mh \tan\theta}{M}$$

$$\textcircled{1} \frac{mh}{M \tan\theta}$$

$$\textcircled{2} \frac{mh \tan\theta}{M + m}$$

$$\textcircled{3} \frac{mh}{(M + m) \tan\theta}$$

$$\textcircled{4} \frac{Mh \tan\theta}{M + m}$$

$$\textcircled{5} \frac{Mh}{(M + m) \tan\theta}$$

$$\textcircled{6} \frac{mh \cos\theta}{M(\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta) + m \sin\theta}$$

$$\textcircled{7} \frac{mh \cos\theta}{M(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta) - m \sin\theta}$$

$$\textcircled{8} \frac{Mh \cos\theta}{m(\sin\theta + \mu'_1 \cos\theta) + M \sin\theta}$$

$$\textcircled{9} \frac{Mh \cos\theta}{m(\sin\theta - \mu'_1 \cos\theta) - M \sin\theta}$$

(2) ここでは、小物体ではなく、物体の大きさを考慮する問題について考える。

ただし、この問題で扱う物体は、力を加えても変形しない理想的な物体（剛体）とする。また、台は床に固定されており動かないものとする。この小問(2)で扱う物体は、一辺の長さが $2a$ の正方形を底面とした高さが $2H$ の一様な直方体 ($a < H$) で、質量が M のものとする。以下では、紙面に対し垂直につき出る向き（紙面から手前に向かってくる向き）を z 軸の正の向きとする。

この物体を斜面に静かにおいたところ、すべることも倒れることもなく静止した。この状態を初期状態とよぶ。図 1-3 は初期状態を表しており、物体の重心を通る断面図である。物体の谷側の辺の両端のうち、斜面と接している方を点 P、もう一方を点 Q とする。なお、斜面の角度 θ は、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の間で任意の角度になめらかに変えられるものとする。また、物体と斜面との間には摩擦力が働くものとし、静止摩擦係数を μ_2 とする。

(a) まず、初期状態から斜面の角度 θ を少しずつ大きくしたところ、 $\theta = \theta_2$ をこえたところで、物体が倒れることなくすべり始めたとする。この倒れることなく物体が斜面をすべり出す条件について考える。

斜面の角度が $\theta = \theta_2$ の時に、物体に働く重力を、斜面に対し平行な向きと垂直な向きに、それぞれ分解したものを力 $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ とよぶと、力 $\vec{F}_1$ と $\vec{F}_2$ の点 P のまわりの力のモーメントは、それぞれ $\boxed{(ケ)}$, $\boxed{(コ)}$ である。ただし、 $\boxed{(ケ)}$, $\boxed{(コ)}$ は、点 P を通る z 軸に対し反時計回りを正 (図の点線の矢印の向き) とし、正負の符号をつけるものとする。

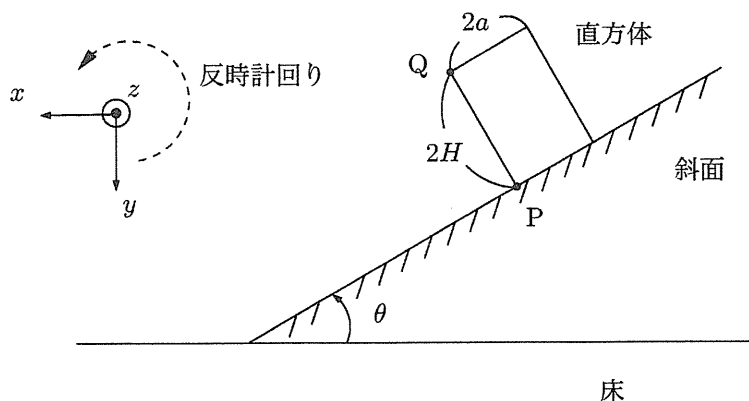


図 1-3

よって、角度 θ が $\theta = \theta_2$ をわずかにこえても物体が倒れないためには、

(サ) である。

(ケ), (コ) の解答群

① 0

① $Mga \cos \theta_2$

② $Mga \sin \theta_2$

③ $MgH \cos \theta_2$

④ $MgH \sin \theta_2$

⑤ $-Mga \sin \theta_2$

⑥ $-Mga \cos \theta_2$

⑦ $-MgH \sin \theta_2$

⑧ $-MgH \cos \theta_2$

(サ) の解答群

① $\tan \theta_2 > \frac{a}{H}$

① $\tan \theta_2 < \frac{a}{H}$

② $\tan \theta_2 > \frac{H}{a}$

一方、物体に働く力のつり合いから、静止摩擦係数 μ_2 について $\mu_2 = \boxed{\text{(シ)}}$ の関係があることがわかる。よって、 $\boxed{\text{(サ)}}$ と $\boxed{\text{(シ)}}$ から、 $\theta = \theta_2$ をこえたところで物体が倒れずにすべりだす条件より、斜面と物体の間の静止摩擦係数 μ_2 について $\boxed{\text{(ス)}}$ の関係であることがわかる。

- (b) 次に、物体が倒れる条件について考える。物体と斜面を初期状態に戻し、図 1-4 に示すように、物体の点 Q に、斜面に平行な力 $\vec{F}$ を加え、その力の大きさを少しずつ大きくしたところ、力の大きさが F_3 をこえたところで、物体はすべらずに、点 P を回転の中心として斜面の谷側に倒れはじめた。このとき、 $F_3 = \boxed{\text{(セ)}}$ である。また、物体がすべることなく倒れはじめる条件から、静止摩擦係数について $\boxed{\text{(ソ)}}$ の関係があることがわかる。

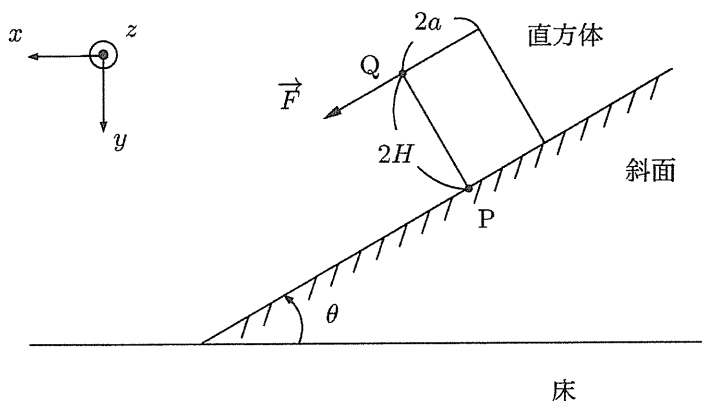


図 1-4

(シ) の解答群

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| ② $g \sin \theta_2$ | ① $g \cos \theta_2$ | ② $g \tan \theta_2$ |
| ③ $\sin \theta_2$ | ④ $\frac{1}{\sin \theta_2}$ | ⑤ $\cos \theta_2$ |
| ⑥ $\frac{1}{\cos \theta_2}$ | ⑦ $\tan \theta_2$ | ⑧ $\frac{1}{\tan \theta_2}$ |

(ス) の解答群

- ② $\mu_2 < \frac{a}{H}$ ① $\mu_2 > \frac{a}{H}$ ② $\mu_2 > \frac{H}{a}$

(セ) の解答群

- | | |
|--|--|
| ② $\frac{Mg}{H}(a \cos \theta - H \sin \theta)$ | ① $\frac{Mg}{a}(a \cos \theta - H \sin \theta)$ |
| ② $\frac{Mg}{2H}(a \cos \theta - H \sin \theta)$ | ③ $\frac{Mg}{2a}(a \cos \theta - H \sin \theta)$ |
| ④ $\frac{Mg}{H}(a \sin \theta - H \cos \theta)$ | ⑤ $\frac{Mg}{a}(a \sin \theta - H \cos \theta)$ |
| ⑥ $\frac{Mg}{2H}(a \sin \theta - H \cos \theta)$ | ⑦ $\frac{Mg}{2a}(a \sin \theta - H \cos \theta)$ |

(ソ) の解答群

- | | |
|---|---|
| ② $a < \mu_2$ | ① $a > \mu_2$ |
| ② $2 \tan \theta - \frac{a}{H} < \mu_2$ | ③ $\frac{1}{2} \left(3 \tan \theta - \frac{a}{H} \right) < \mu_2$ |
| ④ $\frac{1}{2} \left(\tan \theta + \frac{a}{H} \right) < \mu_2$ | ⑤ $\frac{1}{2} \left(\tan \theta + \frac{H}{a} \right) < \mu_2$ |
| ⑥ $\frac{1}{\tan \theta} \left(1 + \frac{a}{H} \right) - 1 < \mu_2$ | ⑦ $\frac{1}{\tan \theta} \left(1 - \frac{a}{H} \right) + 1 < \mu_2$ |
| ⑧ $\frac{1}{\tan \theta} \left(1 + \frac{a}{2H} \right) - \frac{1}{2} < \mu_2$ | ⑨ $\frac{1}{\tan \theta} \left(1 - \frac{a}{2H} \right) + \frac{1}{2} < \mu_2$ |

2

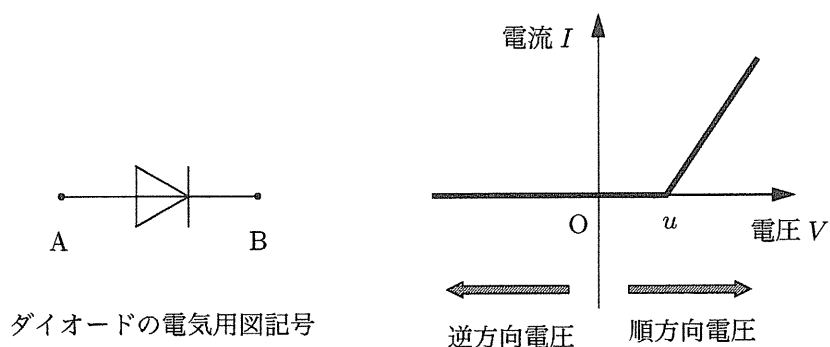
次の問題の の中に入れるべき最も適当なものをそれぞれの解答群の中から選び、その番号を解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。
(同じ番号を何回用いてもよい。)

(36 点)

以下では、長さ、質量、時間、電流の単位をそれぞれ m , kg , s , A とし、その他の物理量に対してはこれらを組み合わせた単位を使用する。例えば、電荷（電気量）の単位 C は $A \cdot s$ と表すことができる。この問題では、電池の内部抵抗、導線の抵抗、回路の自己インダクタンスは考えない。

整流作用を持つダイオードを含む回路を考える。ダイオードは図 2-1（左）の電気用図記号で表される。図 2-1（右）は、この問題であつかうダイオードに電圧を加えた場合の電流と電圧の関係を示したものである。このグラフはダイオードに加える電圧とダイオードに固有な電圧 u ($u > 0$) を用いて、以下のように説明される。

- 点 A の電位 V_A と点 B の電位 V_B が $V_A - V_B > u$ の関係を満たすとき、A から B の方向に電流が流れる。
- 点 A の電位 V_A と点 B の電位 V_B が $V_A - V_B \leq u$ の関係を満たすとき、A と B の間には電流が流れない。



ダイオードに流れる電流と電圧の関係

図 2-1

以下の問題では、接地された点 G を基準とした電位を考える。点 G の電位は常に 0 である。

- (1) 図 2-2 のような起電力 V_0 の電池 ($V_0 > 2u$)，電気容量 C のコンデンサー，図 2-1 (右) で示される特性をもつ 2 つのダイオードからなる回路を考える。はじめにスイッチ X とスイッチ Y は開いており，コンデンサーには電荷が蓄えられていないものとする。

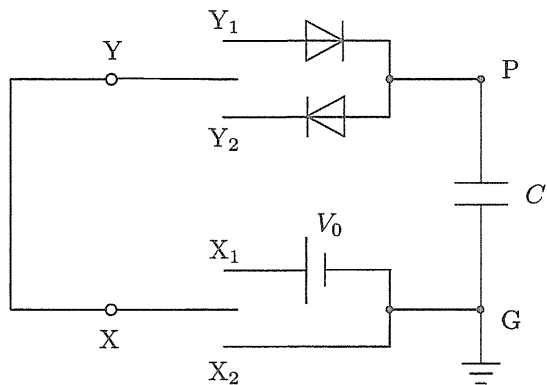


図 2-2

ここでスイッチ X を X_1 側に、スイッチ Y を Y_1 側に閉じたところ (図 2-3), 回路に電流が流れた。この状態のまま、じゅうぶんに時間がたつと、回路に流れる電流は 0 になった。このとき、点 P の電位は **(ア)**, コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーは **(イ)** である。

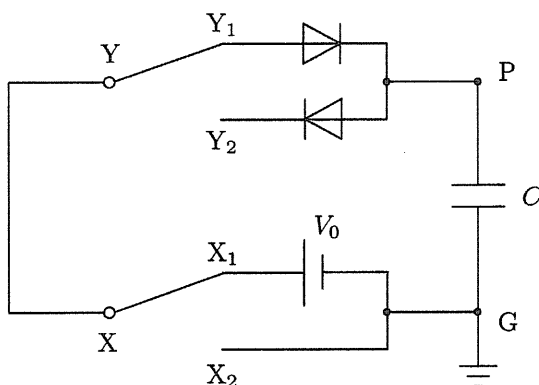


図 2-3

次に、スイッチ Y は Y_1 側に入れたまま、スイッチ X を X_2 側に切り替えた。この状態では回路に電流は流れず、コンデンサーに蓄えられている電気量も変化しない。

さらに、スイッチ X は X_2 側に入れたまま、スイッチ Y を Y_2 側に切り替えたところ、回路に電流が流れた。この状態のまま、じゅうぶんに時間がたつと、回路に流れる電流は 0 になった。このとき、点 P の電位は **(ウ)**, コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーは **(エ)** である。

(ア), (ウ) の解答群

- | | | | |
|------------------|------------------------|---------|------------------------|
| ⑩ $\frac{1}{2}u$ | ⑪ u | ⑫ $2u$ | ⑬ $V_0 - 2u$ |
| ⑭ $V_0 - u$ | ⑮ $V_0 - \frac{1}{2}u$ | ⑯ V_0 | ⑰ $V_0 + \frac{1}{2}u$ |
| ⑱ $V_0 + u$ | ⑲ $V_0 + 2u$ | | |

(イ) の解答群

- | | | |
|-----------------------------|-----------------------------|----------------|
| ① Cu | ② $\frac{1}{2}Cu^2$ | ③ Cu^2 |
| ④ $C(V_0 - u)$ | ⑤ $\frac{1}{2}C(V_0 - u)^2$ | ⑥ CV_0 |
| ⑦ $\frac{1}{2}CV_0^2$ | ⑧ CV_0^2 | ⑨ $C(V_0 + u)$ |
| ⑩ $\frac{1}{2}C(V_0 + u)^2$ | | |

(エ) の解答群

- | | | |
|-----------------------------|------------------------------|-----------------------|
| ① Cu | ② $\frac{1}{2}Cu^2$ | ③ Cu^2 |
| ④ $C(V_0 - 2u)$ | ⑤ $\frac{1}{2}C(V_0 - 2u)^2$ | ⑥ $C(V_0 - u)$ |
| ⑦ $\frac{1}{2}C(V_0 - u)^2$ | ⑧ CV_0 | ⑨ $\frac{1}{2}CV_0^2$ |
| ⑩ CV_0^2 | | |

- (2) 小問 (1) と同じダイオードと起電力 V_0 の電池 ($V_0 > 2u$)，電気容量 C の 2つのコンデンサー A と B からなる図 2-4 の回路を考える。コンデンサー A と B のそれぞれ 2 枚の極板を，図に示した「上」「下」により区別する。最初の状態ではコンデンサー A と B には電荷が蓄えられていないものとする。

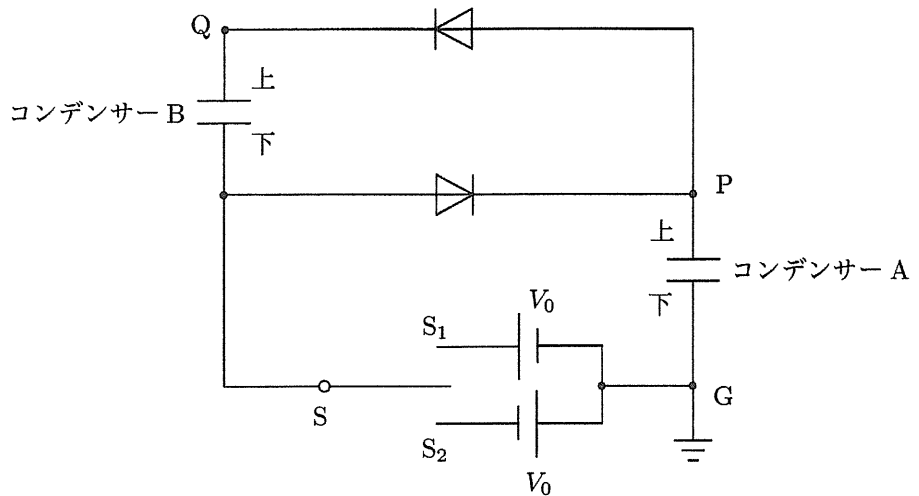


図 2-4

スイッチ S を S_1 側に入れると，電流が流れてコンデンサー A に電荷が蓄えられる。じゅうぶんに時間がたち，回路内の電荷の移動がなくなった状態で，コンデンサー A に蓄えられている静電エネルギーは (オ) である。この状態を状態 1 とよぶ。

状態 1 からスイッチを S_2 側に切り替えると回路に電流が流れ，じゅうぶんに時間がたつと回路内の電荷の移動がなくなった。この状態を状態 2 とよぶ。コンデンサー A と B の上の極板に蓄えられる電気量の合計は，状態 1 と状態 2 で変化せず，(カ) である。点 G から反時計回りに点 P，点 Q，スイッチ S を通り点 G に戻る経路の起電力と電圧降下を考えると，状態 2 での点 P の電位は (キ)，点 Q の電位は (ク) と求められる。

状態2から再びスイッチを S_1 側に切り替えた。じゅうぶんに時間がたち、回路内の電荷の移動がなくなった状態での点 P の電位は (ケ)，点 Q の電位は (コ) である。

(オ) の解答群

- ① $C(V_0 - u)$ ② CV_0 ③ $C(V_0 + u)$ ④ $\frac{1}{2}Cu^2$
 ⑤ $\frac{1}{2}C(V_0 - u)^2$ ⑥ $\frac{1}{2}CV_0^2$ ⑦ $\frac{1}{2}C(V_0 + u)^2$ ⑧ CV_0^2

(カ) の解答群

- ① 0 ② Cu ③ $2Cu$ ④ $C(V_0 - 2u)$
 ⑤ $C(V_0 - u)$ ⑥ CV_0 ⑦ $C(V_0 + u)$ ⑧ $C(V_0 + 2u)$

(キ), (ク), (ケ), (コ) の解答群

- ① $-V_0 + u$ ② $-u$ ③ 0
 ④ u ⑤ $V_0 - u$ ⑥ $2V_0 - u$
 ⑦ V_0 ⑧ $V_0 + u$ ⑨ $2V_0 + u$

(3) 小問(2)と同じ回路(図2-4)を用意し、最初の状態ではコンデンサーAとBに電荷が蓄えられていないものとする。この状態でスイッチSを S_1 側に入れ、じゅうぶんに時間がたち電荷の移動がなくなるのを待ってから、スイッチSを S_2 側に切り替える。次に、じゅうぶんに時間がたち電荷の移動がなくなるのを待ってから、スイッチSを S_1 側に切り替える。同様の手順で、電荷の移動がなくなるのを待ってからスイッチを切り替えるという操作を何回か繰り返した後の、点PとQの電位を考えよう。

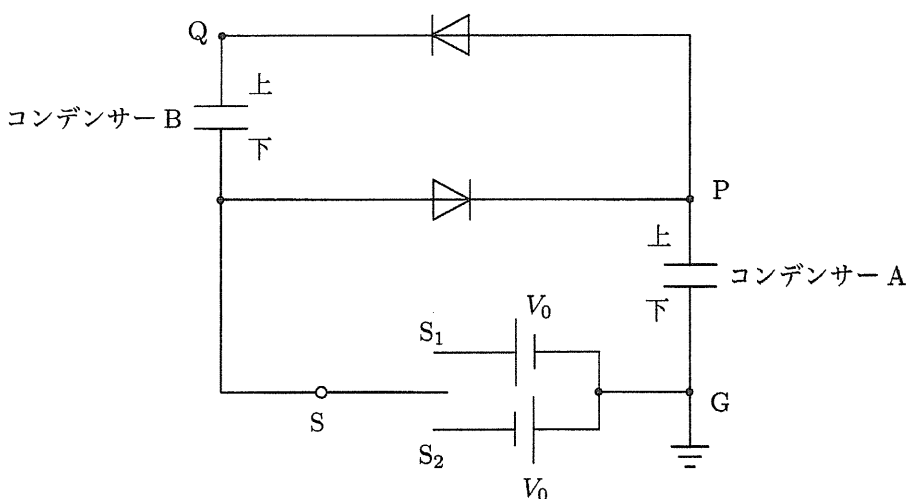


図2-4 (再掲)

スイッチを S_1 側に入れ、回路内の電荷の移動がなくなった状態での点Pの電位は常に (ケ) である。

スイッチを S_2 側に入れたときにコンデンサーに蓄えられる電気量を求めるため、スイッチを S_2 側に入れた回数を n (≥ 1) とし、 n 回目と $n+1$ 回目の電気量を比較する。まず、 n 回目にスイッチを S_2 側に入れ、回路内の電荷の移動がなくなった状態でコンデンサーAの上側の極板に蓄えられている電気量を $Q_{A,n}$ 、コンデンサーBの上側の極板に蓄えられている電気量を $Q_{B,n}$ とする。

次にスイッチを S_1 側に入れ、じゅうぶんに時間がたってから再びスイッチを S_2 側に入れる。この操作は $n+1$ 回目の S_2 側への切り替えである。 $n+1$ 回目にスイッチを S_2 側に入れ、回路内の電荷の移動がなくなった状態でコンデンサー A の上側の極板に蓄えられている電氣量を $Q_{A,n+1}$ 、コンデンサー B の上側の極板に蓄えられている電氣量を $Q_{B,n+1}$ とすると、これらは

$$\frac{Q_{B,n+1}}{C} + \left(\boxed{\text{(サ)}} \right) = \frac{Q_{A,n+1}}{C} \quad (1)$$

という関係式を満たす。また、電氣量が保存することから

$$Q_{A,n+1} + Q_{B,n+1} = \boxed{\text{(シ)}} + Q_{B,n} \quad (2)$$

が成り立つ。

式 (1) と式 (2) から

$$Q_{B,n+1} + \left(\boxed{\text{(ス)}} \right) = \boxed{\text{(セ)}} \times \left\{ Q_{B,n} + \left(\boxed{\text{(ス)}} \right) \right\} \quad (3)$$

の関係が導ける。 $a_{n+1} = ra_n$ の関係を満たす等比数列 $\{a_n\}$ ($n \geq 1$) の一般項は、 $a_n = a_1 r^{n-1}$ と与えられることを用いると、スイッチを n 回目に S_2 側に入れてじゅうぶんに時間をおいたときにコンデンサー A とコンデンサー B の上側の極板に蓄えられる電氣量は、それぞれ $Q_{A,n} = \boxed{\text{(ソ)}}$ 、 $Q_{B,n} = \boxed{\text{(タ)}}$ と得られる。このことから、スイッチを切り替えた際の電荷の移動は、スイッチの切り替えを繰り返すたびに徐々に小さくなっていくことがわかる。

スイッチの切り替えをじゅうぶんに繰り返した後の点 P の電位は、スイッチの向きによらず、 $\boxed{\text{(ケ)}}$ に近づく。一方、点 Q の電位はスイッチの向きに依存し、スイッチを S_1 側に入れたときは $\boxed{\text{(チ)}}$ に、スイッチを S_2 側に入れたときは $\boxed{\text{(ツ)}}$ に近づく。

(サ) の解答群

① $-V_0 - u$

① $-V_0$

② $-V_0 + u$

③ $-u$

④ 0

⑤ u

⑥ $V_0 - u$

⑦ V_0

⑧ $V_0 + u$

(シ), (ス) の解答群

① $-2C(V_0 - u)$

① $-C(V_0 + u)$

② $-CV_0$

③ $-C(V_0 - u)$

④ Cu

⑤ $C(V_0 - u)$

⑥ CV_0

⑦ $C(V_0 + u)$

⑧ $2C(V_0 - u)$

(セ) の解答群

① $-\frac{1}{2}$

① $-\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ 1

⑥ $\frac{3}{2}$

(ソ), (タ) の解答群

$$\textcircled{0} \quad \frac{2^{2n}-1}{2^{2n-1}}C(V_0-u) \quad \textcircled{1} \quad \frac{2^n-1}{2^{n-1}}C(V_0-u) \quad \textcircled{2} \quad \frac{2^{n-1}-1}{2^{n-1}}C(V_0-u)$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{1}{2^{n-1}}C(V_0-u) \quad \textcircled{4} \quad \frac{1}{2^{n-1}}CV_0 \quad \textcircled{5} \quad \frac{1}{2^{n-1}}C(V_0+u)$$

$$\textcircled{6} \quad \frac{2^{2n}-1}{2^{2n-1}}C(V_0+u) \quad \textcircled{7} \quad \frac{2^n-1}{2^{n-1}}C(V_0+u) \quad \textcircled{8} \quad \frac{2^{n-1}-1}{2^{n-1}}C(V_0+u)$$

(チ), (ツ) の解答群

$$\textcircled{0} \quad V_0-2u \quad \textcircled{1} \quad V_0-u \quad \textcircled{2} \quad 2V_0-u \quad \textcircled{3} \quad 2(V_0-u)$$

$$\textcircled{4} \quad 3V_0-2u \quad \textcircled{5} \quad 3(V_0-u) \quad \textcircled{6} \quad 2V_0 \quad \textcircled{7} \quad V_0+u$$

$$\textcircled{8} \quad V_0+2u$$

3

次の問題の の中に入れるべき最も適当なものをそれぞれの解答群の中から選び、その番号を解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。(同じ番号を何回用いてもよい。答えが数値となる場合は最も近い数値を選ぶこと。)

(30 点)

以下では、長さ、質量、時間、温度、物質量の単位をそれぞれ m , kg , s , K , mol とし、その他の物理量に対してはこれらを組み合わせた単位を使用する。仕事の単位 J は $kg \cdot m^2/s^2$ であるが、原子や電子などのエネルギーを表すときには電子ボルト eV ($1eV \equiv 1.60 \times 10^{-19} J$) の単位も用いる。また、光速を c (単位は m/s)、プランク定数を h (単位は $J \cdot s$)、気体定数を R (単位は $J/(mol \cdot K)$)、ボルツマン定数を k (単位は J/K) とする。

- (1) 水素原子の気体から放出される光の線スペクトルを考察しよう。気体中の水素原子 (質量 M) は乱雑な運動をしている。いま、図 3-1 に示すように、 x 軸の正の方向に速さ v で直進するエネルギー準位 E_m の励起状態の水素原子が、座標原点 O で進行方向に対して角度 θ の方向に振動数 ν 、波長 λ の光子を放出したとする。その原子は光子を放出したのち、より低いエネルギー準位 E_n に遷移し、初めの進行方向から角度 ϕ の方向に向きを変えて速さ u で直進した。ここで、正の整数 m, n ($m > n$) は量子数である。この反応は x - y 平面内で起こるものとし、角度 θ, ϕ は x 軸からそれぞれ反時計回り、時計回りにラジアンで測ることにする。よって、角度の変域は $0 \leq \theta \leq \pi$, $0 \leq \phi \leq \pi$ である。

このとき、全体のエネルギーと運動量は反応の前 (始状態) と後 (終状態) で保存しなければならない。動いている水素原子のエネルギーを求める場合は、運動エネルギーとエネルギー準位の両方を考慮する必要がある。このことに注意して、エネルギー保存の法則を表すと

$$\frac{1}{2} M v^2 - \frac{1}{2} M u^2 = \boxed{(ア)} \quad (1)$$

となる。また、 x, y 方向それぞれについての運動量保存の法則は

$$\left. \begin{array}{l} Mv = \boxed{\text{(イ)}} + Mu \cos \phi \\ \boxed{\text{(ウ)}} = Mu \sin \phi \end{array} \right\} \quad (2)$$

で表される。

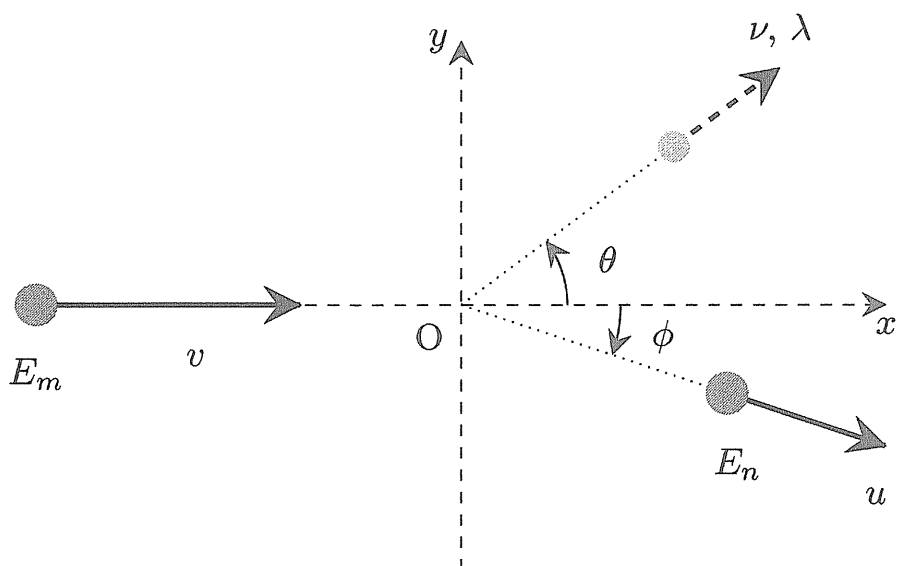


図 3-1

(下書き用紙)

(ア) の解答群

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| ① $h\nu$ | ① $-h\nu$ | ② $-h\nu + E_m + E_n$ |
| ③ $-h\nu + E_m - E_n$ | ④ $-h\nu - E_m + E_n$ | ⑤ $h\nu + E_m - E_n$ |
| ⑥ $h\nu - E_m + E_n$ | ⑦ $h\nu - E_m - E_n$ | |

(イ), (ウ) の解答群

- | | | |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| ① $\frac{c}{h\nu} \sin \theta$ | ① $\frac{h\nu}{c} \sin \theta$ | ② $-\frac{c}{h\nu} \sin \theta$ |
| ③ $-\frac{h\nu}{c} \sin \theta$ | ④ $\frac{c}{h\nu} \cos \theta$ | ⑤ $\frac{h\nu}{c} \cos \theta$ |
| ⑥ $-\frac{c}{h\nu} \cos \theta$ | ⑦ $-\frac{h\nu}{c} \cos \theta$ | |

(2) まず、始状態の水素原子が静止している場合 ($v = 0$) を具体的に考えよう。

このとき、運動量保存の法則の式 (2) と $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ を使って終状態の水素原子の速さ u を計算すると、 $\frac{u}{c} = \boxed{\text{(工)}}$ となる。また、特殊相対性理論によると質量とエネルギー E は同等 ($E = Mc^2$) であり、静止した水素原子の質量はおよそ $9.4 \times 10^8 \text{ eV}$ のエネルギーと等価である。一方、放出される光子のエネルギーは 13.6 eV (水素原子のイオン化エネルギー) より小さい。これらのことから、 $\frac{u}{c} \ll 1$ であることがわかる。また、 $\frac{u}{c}$ を使ってエネルギー保存の法則の式 (1) の左辺を計算すると、その大きさは極めて小さな値となることがわかる。したがって、始状態で原子が静止している場合、 $\boxed{\text{(ア)}} = 0$ とおくことは極めて良い近似である。このときの光子の振動数を ν_0 、波長を λ_0 とすると、 $\nu_0 = \boxed{\text{(オ)}}$ 、 $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$ である。さらに、終状態における光子と水素原子の進行方向は $\boxed{\text{(カ)}}$ で関係づけられる。

(工) の解答群

- ① $\frac{h\nu}{3Mc^2}$ ② $\frac{h\nu}{2Mc^2}$ ③ $\frac{h\nu}{Mc^2}$ ④ $\frac{2h\nu}{Mc^2}$
- ⑤ $\frac{3h\nu}{Mc^2}$ ⑥ $\frac{Mc^2}{h\nu}$ ⑦ $\frac{Mc^2}{2h\nu}$ ⑧ $\frac{Mc^2}{3h\nu}$

(才) の解答群

- ① $\frac{E_m - E_n}{ch}$ ② $\frac{E_n - E_m}{ch}$ ③ $\frac{E_m + E_n}{ch}$
- ④ $\frac{E_m - E_n}{h}$ ⑤ $\frac{E_n - E_m}{h}$ ⑥ $\frac{E_m + E_n}{h}$
- ⑦ $h(E_m - E_n)$ ⑧ $h(E_n - E_m)$ ⑨ $h(E_m + E_n)$

(力) の解答群

- ① $\theta + \phi = 0$ ② $\theta + \phi = \frac{\pi}{2}$ ③ $\theta + \phi = \pi$
- ④ $\theta + \phi = \frac{3\pi}{2}$ ⑤ $\theta + \phi = 2\pi$

(3) 次に始状態の水素原子の速さが $v \neq 0$ の場合を考察する。例として、太陽のような恒星の表面にある水素原子気体から放出される光の線スペクトルを考えよう。水素原子気体を単原子分子の理想気体とみなすと、その温度が T のときの気体 1 mol の内部エネルギーは $\boxed{\text{(キ)}} \times R$ である。ここで、始状態の水素原子の速さ v を気体分子の二乗平均速度 $\sqrt{v^2}$ とみなすと、 $v = \sqrt{\boxed{\text{(ク)}} \times \frac{k}{M}}$ となる。よって、太陽表面付近（温度は $6.0 \times 10^3 \text{ K}$ と仮定する）にある水素原子の速さは、 $\frac{k}{M} \cong 8.3 \times 10^3 \text{ m}^2/(\text{K} \cdot \text{s}^2)$ を使うと、およそ $v = \boxed{\text{(ケ)}} \text{ m/s}$ である。

この場合、エネルギー保存と運動量保存の法則の式 (1), (2) から u と ϕ を消去し、 $\nu\lambda = \nu_0\lambda_0$ の関係式と小問 (2) の $\nu_0 = \boxed{\text{(オ)}}$ を使うと、 ν_0 と ν の比、または、 λ と λ_0 の比は、 v, c, θ を用いて

$$\begin{aligned} \frac{\nu_0}{\nu} = \frac{\lambda}{\lambda_0} &= 1 + (\boxed{\text{(コ)}}) + \frac{1}{2} \times \boxed{\text{(エ)}} \\ &\cong 1 + (\boxed{\text{(コ)}}) \end{aligned}$$

と表すことができる。ここで、右辺の第 2 行目では $\boxed{\text{(エ)}}$ の大きさが他の 2 項の大きさと比べて非常に小さいことを考慮した。この結果から、一定の速さ v で原子が運動している場合、さまざまな方向に放出される光の振動数や波長は一定ではなく、ある広がり（幅）をもってそれぞれの中心値 ν_0, λ_0 のまわりに分布していることがわかる。例えば、 $\lambda_0 - \Delta\lambda \leq \lambda \leq \lambda_0 + \Delta\lambda$ で波長の幅 $\Delta\lambda (> 0)$ を定義すると、 $\Delta\lambda = \boxed{\text{(サ)}} \times \lambda_0$ となる。このとき、水素原子の気体から放出される光の波長の幅 $\Delta\lambda$ は気体温度 T の $\boxed{\text{(シ)}}$ 乗に比例する。

このように、光のスペクトルを詳しく観測すると、その光を放出した気体についての情報を得ることができる。

(キ), (ク) の解答群

- ① $\frac{1}{2}T$ ② T ③ $\frac{3}{2}T$ ④ $2T$
⑤ $\frac{5}{2}T$ ⑥ $3T$ ⑦ $\frac{7}{2}T$ ⑧ $4T$

(ケ) の解答群

- ① 1.2×10^2 ② 6.0×10^2 ③ 1.2×10^3
④ 6.0×10^3 ⑤ 1.2×10^4

(コ) の解答群

- ① $\frac{v}{2c} \sin \theta$ ② $\frac{v}{c} \sin \theta$ ③ $-\frac{v}{2c} \sin \theta$ ④ $-\frac{v}{c} \sin \theta$
⑤ $\frac{v}{2c} \cos \theta$ ⑥ $\frac{v}{c} \cos \theta$ ⑦ $-\frac{v}{2c} \cos \theta$ ⑧ $-\frac{v}{c} \cos \theta$

(サ) の解答群

- ① $\frac{c}{2v}$ ② $\frac{c}{v}$ ③ $\frac{2c}{v}$ ④ $\frac{1}{2} \left(\frac{v}{c} \right)^2$
⑤ $\left(\frac{v}{c} \right)^2$ ⑥ $2 \left(\frac{v}{c} \right)^2$ ⑦ $\frac{v}{2c}$ ⑧ $\frac{v}{c}$
⑨ $\frac{2v}{c}$

(シ) の解答群

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$



1

2