

C 3

物 理

この冊子は、物理の問題で 1 ページより 31 ページまであります。

〔注 意〕

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用マークシートにマークしたもののだけが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。
指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横 1 行について 1 箇所に限ります。
2 箇所以上マークすると採点されません。
あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシートに記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

(下書き用紙)

(下書き用紙)

1

次の問題の の中に入れるべき最も適当なものをそれぞれの解答群の中から選び、その番号を解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。
(同じ番号を何回用いてもよい。) (35 点)

以下では、長さ、質量、時間の単位をそれぞれ m , kg , s とし、その他の物理量に対してはこれらを組み合わせた単位を使用する。例えば、速さの単位は m/s である。

小球を発射する装置をある惑星の表面に設置する。図 1-1 に示すように、この装置を用いて、質量 m の小球を惑星の表面に対して角度 θ の向きに、初速度の大きさ v_0 で発射する。 $\theta = 90^\circ$ のとき、小球は惑星の表面に対して鉛直上向きに発射される。惑星は質量 M 、半径 R の球形で密度分布は一律であり、表面はすべてなめらかであるものとする。 m は M よりもじゅうぶんに小さい。惑星の大気中の空気抵抗は無視できるとし、惑星の公転やこの惑星以外の天体による影響は考えない。万有引力定数を G とする。

- (1) 小球の最高点の地表からの高さが、惑星の半径に比べて無視できる場合の小球の運動を考える。この小問では、惑星の表面を平坦とみなし、小球を発射する位置を点 A、打ち上げられた小球が再び惑星の表面に到達する位置を点 B とする。また、小球の初速度の大きさは v_0 で固定し、打ち上げる角度 θ は、 $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$ の範囲とする。

この惑星の表面での重力加速度の大きさは万有引力定数を用いて (ア) と与えられる。この小問では、小球の最高点の地表からの高さが惑星の半径に比べて無視できるので、重力加速度は (ア) のまま一定であると考えて良い。小球が地表から最も高い地点まで到達するのは $\theta = 90^\circ$ の向きに発射したときであり、その高さは (イ) である。水平方向の飛距離 AB が最も大きくなるのは、 $\theta =$ (ウ) で発射したときであり、その距離は (エ) となる。

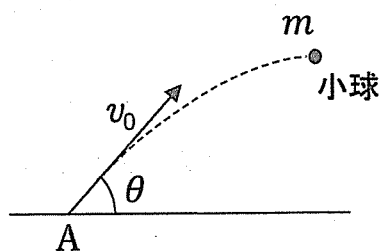


図 1-1

(ア) の解答群

- | | | |
|----------------------|--------------------|----------|
| ① $\frac{GM^2}{R^2}$ | ② $\frac{GM^2}{R}$ | ③ GM^2 |
| ④ $\frac{GM}{R^2}$ | ⑤ $\frac{GM}{R}$ | ⑥ GM |
| ⑦ G | | |

(イ), (エ) の解答群

- | | | | |
|--------------------------|-----------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| ① $\frac{v_0^2 R}{2GM}$ | ② $\frac{2v_0^2 R}{GM}$ | ③ $\frac{v_0^2 R^2}{4GM}$ | ④ $\frac{v_0^2 R^2}{2GM}$ |
| ⑤ $\frac{v_0^2 R^2}{GM}$ | ⑥ $\frac{\sqrt{3}v_0^2 R^2}{2GM}$ | ⑦ $\frac{2v_0^2}{GM}$ | ⑧ $\frac{v_0^2}{GM}$ |
| ⑨ $\frac{2v_0^2}{G}$ | ⑩ $\frac{v_0^2}{G}$ | | |

(ウ) の解答群

- | | | | | |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| ① 15° | ② 30° | ③ 45° | ④ 55° | ⑤ 60° |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|

(2) 小球の最高点の地表からの高さが、惑星の半径に比べて無視できない場合の小球の運動を考える。この小問では、惑星の中心を点 O 、小球を発射する位置を点 A とし、点 A で惑星に対して静止した観測者から見た小球の運動を考える。打ち上げられた小球が再び惑星に戻り、その表面に衝突した場合、その後の運動は考えないものとする。

(a) まずは惑星が自転していない場合を考える。小球の初速度の大きさを第二宇宙速度と同じ $v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ とすると、小球は無限遠方まで飛び続ける。

小球を初速度の大きさ $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ で鉛直上向き ($\theta = 90^\circ$) に発射したとき、小球は惑星の中心から (オ) の距離の点まで到達し、その後、惑星の表面に落下する。

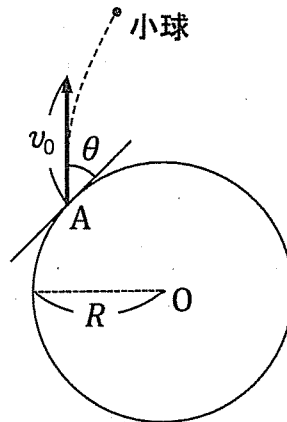


図 1-2

図 1-2 に示すように、小球を角度 θ ($0^\circ \leq \theta < 90^\circ$) の方向に発射するとき、小球は楕円軌道で運動する。面積速度一定の法則によると、惑星の中心 O と小球を結ぶ線分（動径）が単位時間あたりに描く面積は一定である。これは、図 1-3 に示すように、動径と速度のなす角度を ϕ とし、惑星の中心 O から小球までの距離を r 、小球の速さを u とすると、動径が単位時間あたりに描く面積 $\frac{1}{2}ru \sin \phi$ が軌道上の各点で一定であることを意味する。

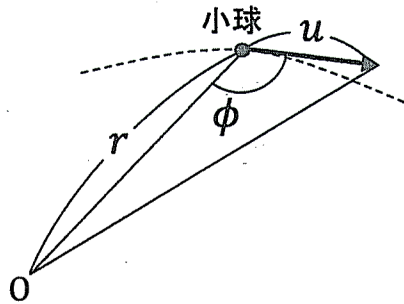


図 1-3

角度 $\theta = 30^\circ$, 初速度の大きさ $v_0 = \sqrt{\frac{GM}{R}}$ で発射された小球が, 惑星の中心からもっとも離れたときの位置を点 L とする。惑星の中心 O から点 L までの距離 OL は (カ), 点 L における小球の速さは (キ) となる。

小球は惑星の中心を焦点のひとつとした楕円軌道をとるが, そのままだと地表に衝突する。小球を惑星を中心とした円軌道に乗せるためには, 点 L において, じゅうぶんに短い時間で, 速度の向きは変えずに速さを (ク) にすればよい。

(下書き用紙)

(オ), (カ) の解答群

③ $\frac{R}{2}$

① $\frac{\sqrt{3}R}{2}$

② R

③ $\sqrt{2}R$

④ $\frac{3R}{2}$

⑤ $2R$

⑥ $\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)R$

⑦ $4R$

(キ), (ク) の解答群

③ 0

① $\frac{1}{2+\sqrt{3}}\sqrt{\frac{GM}{R}}$

② $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{GM}{R}}$

③ $\sqrt{\frac{GM}{3R}}$

④ $\sqrt{\frac{GM}{2R}}$

⑤ $\sqrt{\frac{2GM}{3R}}$

⑥ $\sqrt{\frac{GM}{R}}$

⑦ $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$

⑧ $\sqrt{\frac{3GM}{2R}}$

(b) 次に、惑星が自転している場合を考える。発射装置を赤道上に設置した場合の小球の打ち上げを考えよう。赤道上での自転速度の大きさを V とする。 V は惑星の外に静止した別の観測者から見た発射装置の動く速さであり、 $V < \sqrt{\frac{GM}{R}}$ をみたすものとする。小球を発射装置に対して初速度の大きさ v_0 で発射する。角度 $\theta = 0^\circ$ で惑星の自転速度と同じ向きに小球を発射するとき、小球を無限遠方に到達させるために必要な最低限の初速度の大きさは $v_0 = \boxed{\text{(ケ)}}$ である。また、同じく赤道上から角度 $\theta = 90^\circ$ で惑星の表面に対して鉛直上向きに発射する場合、小球を無限遠方に到達させるために必要な最低限の初速度の大きさは $v_0 = \boxed{\text{(コ)}}$ である。

この惑星を地球に見立てる。上の計算結果をもとにして他の条件でも同様に考えると、自転を利用して、発射装置に対し最小限の速さで宇宙遠方へロケットを飛ばすには、 $\boxed{\text{(サ)}}$ のがよいと考えられる。

(ケ), (コ) の解答群

② $\sqrt{\frac{2GM}{R} - V}$ ① $\sqrt{\frac{2GM}{R} - V^2}$ ② $\sqrt{\frac{2GM}{R}}$

③ $\sqrt{\frac{2GM}{R} + V^2}$ ④ $\sqrt{\frac{2GM}{R} + V}$

(サ) の解答群

② 発射装置を北極点もしくは南極点に設置し, 地表に対して鉛直な方向に発射する

① 発射装置を赤道上に設置し, 西に向けて発射する

② 発射装置を赤道上に設置し, 地表に対して鉛直な方向に発射する

③ 発射装置を赤道上に設置し, 東に向けて発射する

④ 発射装置を設置する場所に関係なく, 地表に対して鉛直な方向に発射する

- (3) 静止した惑星の周りを楕円軌道で周回する衛星の運動を考える。面積速度一定の法則を用いて、衛星の公転周期を導出してみよう。

図 1-4 の点 O は楕円の中心を表し、 AA' 、 BB' はそれぞれ楕円の長軸と短軸を表す。惑星は焦点の一つである点 C に位置し、衛星は実線で示される楕円軌道を周回するものとする。楕円の長軸の長さを $2a$ 、短軸の長さを $2b$ とすると、この楕円の面積は πab である。また、楕円の中心 O から焦点 C までの距離を c とすると、 $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ の関係が成り立つ。

衛星が楕円軌道を一周する間の速さは軌道上の位置によって変わり、衛星が惑星に最も近づいた点 A での速さは、最も離れた点 A' での速さの 3 倍であった。衛星が惑星に最も近づいたときの惑星の中心からの距離 CA を r とすると、面積速度一定の法則により、 a と b は r を用いてそれぞれ $a = \boxed{\text{(シ)}} \times r$ 、 $b = \boxed{\text{(ス)}} \times r$ と表すことができる。また、点 A と点 A' での力学的エネルギーが同じであることから、衛星が惑星に最も近づいた点 A での速さは $\boxed{\text{(セ)}}$ である。

以上のことから、衛星が楕円軌道を一周する間の面積速度が一定であることを用いて、衛星が惑星を周回する公転周期は $\boxed{\text{(ソ)}}$ となる。

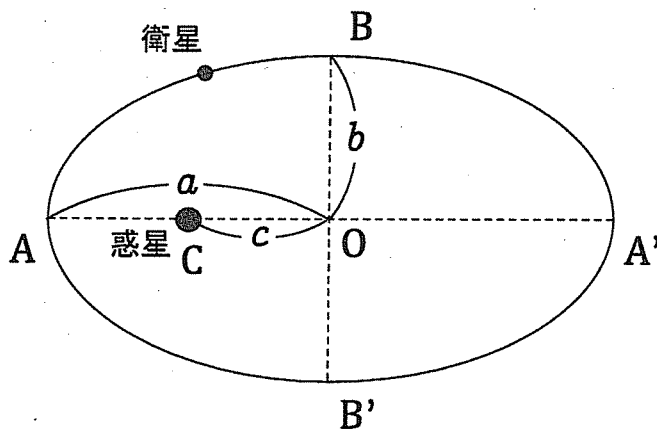


図 1-4

(シ), (ス) の解答群

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$
- ⑤ $\sqrt{3}$ ⑥ 2 ⑦ 3 ⑧ 4

(セ) の解答群

- ① $\sqrt{\frac{GM}{2r}}$ ② $\sqrt{\frac{3GM}{2r}}$ ③ $\sqrt{\frac{2GM}{r}}$
- ④ $\sqrt{\frac{3GM}{r}}$ ⑤ $\sqrt{\frac{GM}{2r^2}}$ ⑥ $\sqrt{\frac{3GM}{2r^2}}$
- ⑦ $\sqrt{\frac{2GM}{r^2}}$ ⑧ $\sqrt{\frac{3GM}{r^2}}$

(ソ) の解答群

- ① $2\pi r \sqrt{\frac{2}{GM}}$ ② $4\pi r \sqrt{\frac{1}{3GM}}$ ③ $4\pi r \sqrt{\frac{2}{GM}}$
- ④ $2\pi \sqrt{\frac{2r^3}{GM}}$ ⑤ $4\pi \sqrt{\frac{r^3}{3GM}}$ ⑥ $4\pi \sqrt{\frac{2r^3}{GM}}$
- ⑦ $8\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$ ⑧ $8\pi \sqrt{\frac{2r^3}{GM}}$

2

次の文章中の に入れるべき最も適切なものをそれぞれの解答群から選んで、その番号を解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。

(30 点)

以下では、長さ、時間、電流、エネルギー（仕事）の単位をそれぞれ m, s, A, J とし、その他の単位はこれらから組み立てたり誘導されたりしたものを用いる。たとえば、電荷（電気量）の単位は $C = A \cdot s$ 、電圧や電位差の単位は $V = J/C$ とする。また、真空の誘電率（電気定数）と透磁率（磁気定数）を、それぞれ ϵ_0 と μ_0 （単位はそれぞれ F/m と H/m ）とする。

図 2-1 のような半径 r 、厚さ D の円板状の空間領域を考え、これを要素とした場合の電磁気現象を考える。 D は r よりもじゅうぶんに小さい、つまり、領域はじゅうぶんに薄いものとする。また、以下では領域内部は真空であるとする。

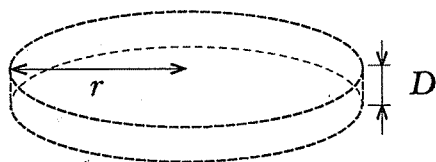


図 2-1

半径 r 、厚さ D の円板状の空間領域の要素

- (1) まず、円板状領域の上下の面を、 D に比べて厚さが無視できる半径 r の導体円板を極板とした 1 つのコンデンサーを考えよう。極板間の領域は真空と考えてよく、最初は両極板に電荷は蓄えられておらず、電位差もないとする。この状態から、時間 t_1 のあいだ一定の電流 $I_1 (> 0)$ を、上の極板から下の極板に向けて流すと、両極板には大きさ $Q_1 = \text{ (ア) }$ の電荷が蓄えられて、上の極板から見て下の極板の電位は $V_1 = \text{ (イ) } \times I_1$ となり、極板間の領域には強さ $E_1 = \frac{V_1}{D}$ の一様な電場（電界）が生じている。

最初の電荷が蓄えられていなかった状態から、電荷 $\pm Q_1$ が各極板に蓄えられた状態にするまでに必要な仕事は、グラフ (ウ) の斜線部面積で与えられる。

(ア) の解答群

② $\frac{I_1}{2t_1^2}$

① $\frac{I_1}{t_1}$

② $\frac{t_1}{I_1}$

③ $\frac{1}{2}I_1t_1^2$

④ I_1t_1

⑤ $\frac{1}{2}I_1t_1$

(イ) の解答群

② $\frac{\pi\epsilon_0 r^2}{Dt_1}$

① $\frac{\pi\epsilon_0 r}{Dt_1}$

② $\frac{r^2}{\pi\epsilon_0 Dt_1}$

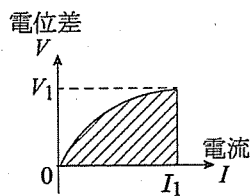
③ $\frac{rt_1}{\pi\epsilon_0 D}$

④ $\frac{Dt_1}{\pi\epsilon_0 r^2}$

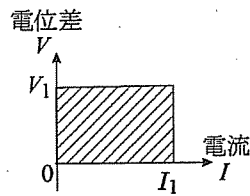
⑤ $\frac{\pi\epsilon_0 Dt_1}{r^2}$

(ウ) の解答群

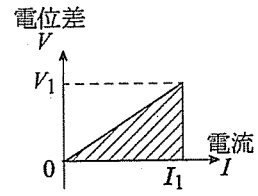
①



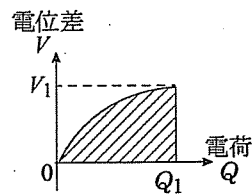
②



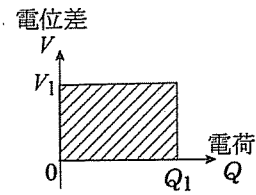
③



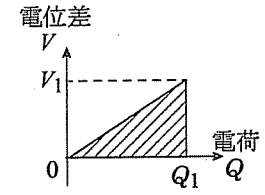
④



⑤



⑥



次に、多数の同じ導体円板を間隔 D をとって、長さ X まで積み重ねて固定した円柱状のもの（図 2-2）を考える（ X は D よりじゅうぶん大きい）。最初はすべての円板に電荷はないものとする。上端の導体円板（極板）から下端の極板に向けて、外部の導線を通じて時間 t_1 のあいだ一定の電流 $I_1 (> 0)$ を流したとき、隣接円板間に生じる電場の強さは、 $E_1 = \frac{V_1}{D}$ と比べて $\boxed{\text{(エ)}}$ 。この状態で、上端と下端の極板間に抵抗 R の抵抗器をつないで放電させたときに発生する熱量は $\boxed{\text{(オ)}}$ である。

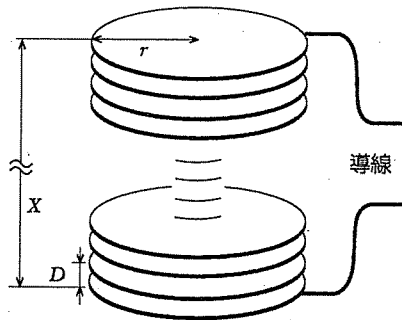


図 2-2 厚さが無視できる半径 r の導体円板を間隔 D をとって長さ X まで重ねたもの。上端と下端の導体円板には導線が接続されていて、電源または抵抗器につなぐことができる。

(エ) の解答群

- ③ すべての隣接円板間で $\frac{X}{D}$ 倍に増加する
- ① すべての隣接円板間で $\frac{D}{X}$ 倍に減少する
- ② 上下の両端の隣接円板間では変わらないが中央付近では増加する
- ③ 上下の両端の隣接円板間では変わらないが中央付近では減少する
- ④ 同じである

(オ) の解答群

- ⑥ $\frac{XV_1^2}{DR}$ ① RQ_1^2 ② $\frac{X^2Q_1V_1^2}{2D^2}$
- ③ $\frac{X^2Q_1V_1^2}{D^2}$ ④ $\frac{XQ_1V_1}{2D}$ ⑤ $\frac{XQ_1V_1}{D}$

- (2) 図 2-3 のような半径 r の円筒側面に、 r よりもじゅうぶん長い軸長 X にわたって、直径 D の導線を密に巻きつけたソレノイド (コイル) を考える。 D は r よりもじゅうぶん小さいとする。導線の表面は、電源などに接続する末端を除き、ごく薄い絶縁膜で被覆してあり、また導線の抵抗は無視できるとする。このソレノイドの導線に、上から見て反時計回りになるように電流 I が流れているとき、両端付近を除いて、内部には (力) 向きで大きさ $B =$ (キ) の一様な磁束密度が生じていて、外部の磁束密度は無視できる。ソレノイドの 1 巻き分をとり出すと、半径 r 、厚さ D の円板状領域の側面を周回する電流 I が流れていると見なすことができる (図 2-3 右)。ソレノイド両端付近以外で、一様な大きさ B の磁束密度が貫いている断面積 πr^2 と B の積 $\Phi = \pi r^2 B$ を磁束の大きさと呼ぶことにすると、 $\Phi =$ (ク) $\times I$ が成り立っている。

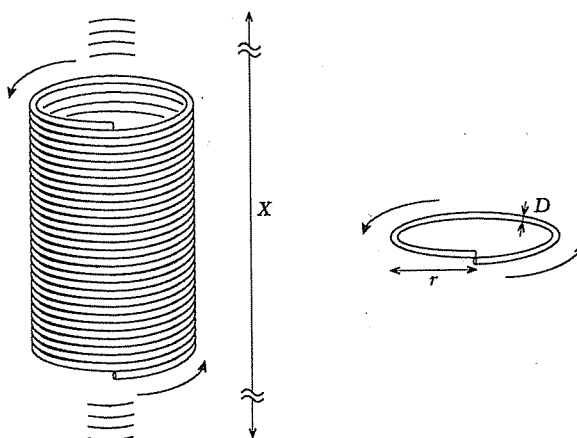


図 2-3 ソレノイド (コイル)。右の図は 1 巻き分をとりだしたものである。
導線に沿った矢印は電流の向きを示す。

(カ) の解答群

② 上

① 下

② 放射状に外

③ 中心に向かって内

④ 上から見て反時計回りの

⑤ 上から見て時計回りの

(キ) の解答群

⑥ $\pi\mu_0 r I^2$

① $\frac{\mu_0 I}{D}$

② $\frac{\mu_0 r I}{D}$

③ $\pi r I^2$

④ $\frac{I}{D}$

⑤ $\frac{r I}{D}$

(ク) の解答群

⑥ $\pi\mu_0 r^2 D$

① $\frac{2\pi\mu_0 r^2}{D}$

② $\frac{\pi\mu_0 r^2}{D}$

③ $\pi r^2 D$

④ $\frac{2\pi r^2}{D}$

⑤ $\frac{\pi r^2}{D}$

周回する電流を単位時間あたり $\frac{\Delta I}{\Delta t}$ の割合で変化させたとき、磁束の単位時間あたりの変化は $\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = \boxed{\text{(ク)}} \times \frac{\Delta I}{\Delta t}$ であるから、 $L_D = \boxed{\text{(ク)}}$ として、1 巻きについて生じる誘導起電力の大きさは $V_D = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = L_D \times \frac{\Delta I}{\Delta t}$ となる。以上の記述から、磁束 Φ の単位は、 $\boxed{\text{(ケ)}}$ であることがわかる。このとき、巻き数 $\frac{X}{D}$ のソレノイド全体で生じる誘導起電力の大きさは、両端付近の影響を無視すると、 $V = \frac{X}{D} \times V_D = \boxed{\text{(コ)}} \times \frac{\Delta I}{\Delta t}$ となる。 $L = \boxed{\text{(コ)}}$ をこのコイルの自己インダクタンスと呼び、その単位は $\boxed{\text{(サ)}}$ である。

最初は導線に電流が流れていなかったとする。この状態から、電源をつないでソレノイド全体に一定の電位差 V_2 を与えると、導線に流れる電流が増加していく。電位差 V_2 を与えてから時間 t_2 が経過したときには、磁束は $\Phi_2 = \boxed{\text{(シ)}} \times V_2$ となり、電流は $I_2 = \frac{\Phi_2}{L_D}$ となる。ここまでにコイルの 1 巻きに対して電源がする仕事は、グラフ $\boxed{\text{(ス)}}$ の斜線部面積に等しい。この状態のソレノイドの両端に、電源に替えて抵抗 R の抵抗器をつなぐと、抵抗では熱量 $\boxed{\text{(セ)}}$ が発生する。

(ケ) の解答群

① $Wb = V/s$ ② $Wb = V \cdot s$ ③ $Wb = V^2 \cdot s$

④ $T = A/m$ ⑤ $T = A \cdot m$ ⑥ $T = A/m^2$

(コ) の解答群

① $\frac{2\pi\mu_0 X}{D}$ ② $\frac{2\pi\mu_0 r X}{D}$ ③ $\frac{2\pi\mu_0 r^2 X}{D^2}$

④ $\frac{\pi\mu_0 r X}{D}$ ⑤ $\frac{\pi\mu_0 r^2 X}{D}$ ⑥ $\frac{\pi\mu_0 r^2 X}{D^2}$

(サ) の解答群

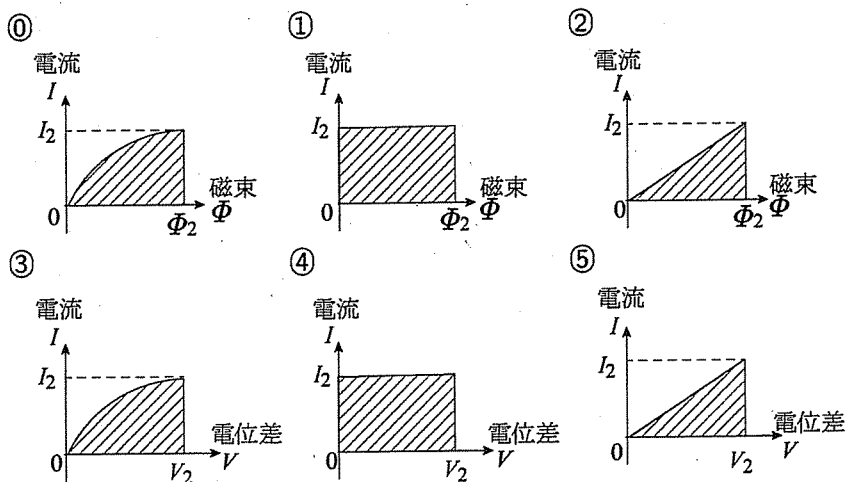
① $H = A \cdot m/V$ ② $Wb = A \cdot m/V$ ③ $T = A \cdot m/V$

④ $H = V \cdot s/A$ ⑤ $Wb = V \cdot s/A$ ⑥ $T = V \cdot s/A$

(シ) の解答群

- ① $\frac{t_2}{X}$ ② $\frac{t_2}{D}$
- ③ $\frac{t_2 D}{X}$ ④ $\frac{t_2 X}{D}$ ⑤ $\frac{t_2 D^2}{X^2}$

(ス) の解答群



(セ) の解答群

- ① $\frac{X \Phi_2 I_2^2}{2D}$ ② $\frac{X \Phi_2}{2D I_2}$
- ③ $\frac{X R I_2^2}{D}$ ④ $\frac{X R \Phi_2^2}{D}$ ⑤ $\frac{X R \Phi_2}{D I_2}$

次の (a) から (d) のうち、上記で扱ったソレノイドとほぼ等しい自己インダクタンスをもつと考えられるものは、(ソ) である。

(a) 半径 $\frac{r}{2}$ の円筒側面に、軸長 $2X$ にわたって、直径 D の同じ導線を密に巻いたもの

(b) 半径 $\frac{r}{2}$ の円筒側面に、軸長 $4X$ にわたって、直径 D の同じ導線を密に巻いたもの

(c) 半径 r の円筒側面に、軸長 $2X$ にわたって、直径 $2D$ の導線を密に巻いたもの

(d) 半径 r の円筒側面に、軸長 $4X$ にわたって、直径 $2D$ の導線を密に巻いたもの

(ソ) の解答群

① (a) だけ

② (b) だけ

③ (c) だけ

④ (d) だけ

⑤ (a) と (b)

⑥ (a) と (c)

⑦ (a) と (d)

⑧ (b) と (c)

⑨ (b) と (d)

⑩ (c) と (d)

3

次の問題の の中に入れるべき最も適当なものをそれぞれの解答群の中から選び、その番号を解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。
(同じ番号を何回用いてもよい。) (35 点)

以下では、長さ、質量、時間、電流の単位をそれぞれ m, kg, s, A とし、その他の物理量に対してはこれらを組み合わせた単位を使用する。例えば、仕事の単位は $J = kg \cdot m^2/s^2$ である。また、プランク定数を h (単位は $J \cdot s$)、真空中の光速を c (単位は m/s) とする。

20 世紀になり、原子や電子のミクロなスケールの世界には、従来の力学や電磁気学だけでは説明できない現象があることがわかってきた。それらを説明するため量子力学が建設され、量子力学は現代物理学の基盤となっている。量子力学の建設の過程で最も重要なことは、粒子と波動の二重性が認識されたことである。以下、水素原子、及び、 x 軸上を運動する電子を例として、粒子と波動の二重性が、電子のエネルギーの離散化 (量子化) をもたらすことを見ていこう。

- (1) 水素原子は電子と水素原子核からなる。電子の質量を m 、電荷を $-e$ とする。原子核の電荷は $+e$ である。その質量は電子と比べて十分に大きく、以下、原子核は空間のある一点に固定されているものとする。

- (a) 水素原子の模型として、水素原子核を中心として電子が等速円運動をしているというものを考える。その等速円運動の半径 (回転半径) を r とする。

まず、電子の速さ v を求めることを考える。真空中のクーロンの法則の比例定数を k_0 とし、電子が原子核から受ける静電気力の大きさは (ア) である。この静電気力が円運動の向心力となっていることを用いて、 v を r の関数として表すと $v =$ (イ) が得られる。

次に、電子のエネルギー E を考える。エネルギー E は、運動エネルギー $\frac{1}{2}mv^2$ と静電気力による位置エネルギー U の和である。位置エネルギー U の基準を無限遠としたとき、 $U =$ (ウ) である。エネルギー E を (v は使わずに) r など表すと $E =$ (エ) となる。従来の力学の枠内では回転半径に制限はなく、したがってエネルギー E の値も電子の回転半径に依

じてあらゆる値をとることが可能である。原子核の周りを電子が回っているという描像は、ラザフォードによる α 粒子の散乱実験に基づいており、ラザフォードの原子モデルと呼ばれる（1911年）。一方、電磁気学によると、電荷をもった粒子が加速度運動したとき、電磁波を放出し、エネルギーを失うことが知られている。これを考慮すると、時間の経過とともに電子の回転半径は (オ) し、最終的にエネルギー E は (カ) となる。このように、従来の電磁気学とラザフォードの原子モデルは相容れないものであり、これが量子力学建設の発端となった。

(下書き用紙)

(ア) の解答群

- ① $\frac{k_0 e}{r}$ ② $\frac{k_0 e}{r^2}$ ③ $\frac{k_0 e}{2r}$ ④ $\frac{k_0 e}{2r^2}$
- ⑤ $\frac{k_0 e^2}{r}$ ⑥ $\frac{k_0 e^2}{r^2}$ ⑦ $\frac{k_0 e^2}{2r}$ ⑧ $\frac{k_0 e^2}{2r^2}$

(イ) の解答群

- ① $e\sqrt{\frac{k_0}{mr}}$ ② $e\sqrt{\frac{m}{k_0 r}}$ ③ $\frac{e}{r}\sqrt{\frac{k_0}{m}}$ ④ $\frac{e}{r}\sqrt{\frac{m}{k_0}}$
- ⑤ $e\sqrt{\frac{k_0}{2mr}}$ ⑥ $e\sqrt{\frac{m}{2k_0 r}}$ ⑦ $\frac{e}{2r}\sqrt{\frac{k_0}{m}}$ ⑧ $\frac{e}{2r}\sqrt{\frac{m}{k_0}}$

(ウ), (エ) の解答群

- ① $\frac{k_0 e^2}{r}$ ② $\frac{k_0 e^2}{r^2}$ ③ $\frac{k_0 e^2}{2r}$ ④ $\frac{k_0 e^2}{2r^2}$
- ⑤ $-\frac{k_0 e^2}{r}$ ⑥ $-\frac{k_0 e^2}{r^2}$ ⑦ $-\frac{k_0 e^2}{2r}$ ⑧ $-\frac{k_0 e^2}{2r^2}$

(オ) の解答群

- ① 増加 ② 減少

(カ) の解答群

- ① 0 ② ∞ ③ $-\infty$

(b) 水素原子を加熱し、出てくる光（電磁波）の波長を調べてみると離散的な線スペクトルが得られる。1890 年、リュードベリは輝線の波長 λ が

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n' = 1, 2, 3, \dots; n \text{ は } n' \text{ より大きい整数})$$

と表せることを指摘した。ここで、 R はリュードベリ定数である。

1913 年、ボーアはこの関係式に基づき仮説を提出した。その仮説とは、プランク定数 h 、真空中の光速 c を用いて、水素原子にはエネルギー

$$E_n = -\frac{hcR}{n^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

を持った定常状態が存在し、電子がある定常状態から別の定常状態へ移るとき、状態間のエネルギー差に相当する波長を持った光（電磁波）が放出される、というものである。従来の力学では電子の円運動のとりうるエネルギー・回転半径は連続的だが、対照的にミクロな世界では、エネルギーは離散化（量子化）され、回転半径は特定のもののみが許されるというわけである。

1924 年、ド・ブロイは、この軌道半径に対する制限を、電子の波動性のあらわれだと考え、電子の速さが v で大きさ $p = mv$ の運動量を持つとき、電子波の波長 λ_e は $\lambda_e = \frac{h}{p}$ で与えられるという仮説を提唱した。電子の円軌道の周の長さ $2\pi r$ が波長 λ_e の 1, 2, 3, $\dots$ 倍のとき、定常状態が実現されるとするのである。小問 (a) の結果を用いると $p = m \times \boxed{\text{(イ)}}$ によって p と回転半径 r が関係付けられることに注意し、正の整数 n ($n = 1, 2, \dots$) として、定常状態での回転半径は $\boxed{\text{(キ)}}$ となる。また、これを小問 (a) で得たエネルギーの式 $E = \boxed{\text{(工)}}$ に代入すると、リュードベリ定数 R に対して $R = \boxed{\text{(ク)}}$ という式が得られる。

(キ) の解答群

① $\frac{nh^2}{2\pi^2 me^2 k_0}$ ② $\frac{n^2 h^2}{2\pi^2 me^2 k_0}$ ③ $\frac{nh^2}{4\pi^2 me^2 k_0}$ ④ $\frac{n^2 h^2}{4\pi^2 me^2 k_0}$

⑤ $\frac{nmh^2}{2\pi^2 e^2 k_0}$ ⑥ $\frac{n^2 mh^2}{2\pi^2 e^2 k_0}$ ⑦ $\frac{nmh^2}{4\pi^2 e^2 k_0}$ ⑧ $\frac{n^2 mh^2}{4\pi^2 e^2 k_0}$

(ク) の解答群

① $\frac{\pi^2 me^2 k_0^2}{hc}$ ② $\frac{\pi^2 me^4 k_0}{h^2 c}$ ③ $\frac{\pi^2 me^3 k_0^2}{h^3 c}$ ④ $\frac{\pi^2 me^4 k_0^2}{h^3 c}$

⑤ $\frac{2\pi^2 me^2 k_0^2}{hc}$ ⑥ $\frac{2\pi^2 me^4 k_0}{h^2 c}$ ⑦ $\frac{2\pi^2 me^3 k_0^2}{h^3 c}$ ⑧ $\frac{2\pi^2 me^4 k_0^2}{h^3 c}$

(2) ド・ブロイの電子波の考え方を、他の場合に適用してみよう。 x 軸上で運動する電子を考える。ただし、電子は区間 $0 \leq x \leq L$ で力を受けずに運動し、 $x < 0, x > L$ には侵入できないものとする。このとき電子波は、 $x = 0, L$ が節である正弦波となることが要求され、従って、その波長 λ_e は、正の整数 n ($n = 1, 2, \dots$) を用いて $\lambda_e = \boxed{\text{(ケ)}} \times L$ である。また、電子の運動量の大きさ p を用いると $\lambda_e = \frac{h}{p}$ なので、電子のエネルギー（今の場合、運動エネルギーと同一）は $\boxed{\text{(コ)}} \times \frac{h^2}{8mL^2}$ となる。

小問 (1) では水素原子を加熱して出てくる光について考えた。同様に、今考えている“ x 軸上の有限区間を運動する電子”を加熱し、出てくる光を観測したとしよう。電子がある定常状態から別の定常状態に移るとき、一方の電子波の節の数が偶数で、もう一方が奇数の場合に主要な輝線が観測されることが知られている。輝線の波長を λ とすると、その光子エネルギーは $\frac{hc}{\lambda}$ である。エネルギーの次元を持つ量 $\frac{h^2}{8mL^2}$ で光子エネルギーを割って得られる無次元量を $\frac{8mL^2c}{\lambda h} = A$ とおく。 A を横軸として主要な輝線スペクトルをプロットしたとすると、実際に観測されるものは $\boxed{\text{(サ)}} \times A$ となる。

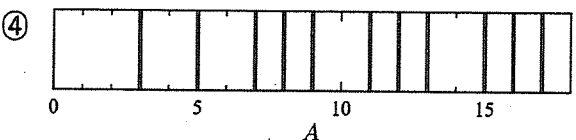
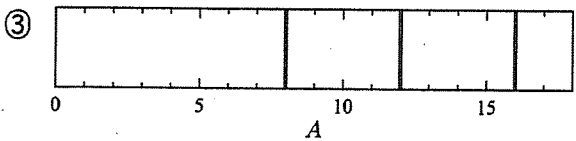
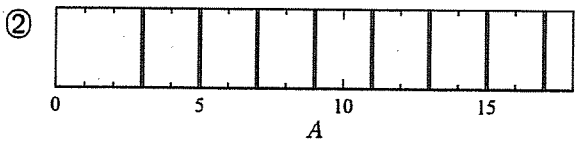
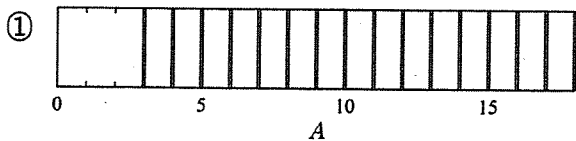
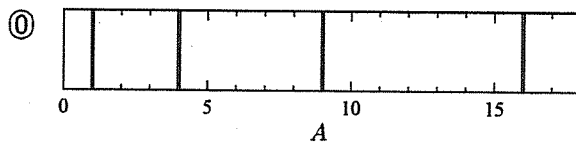
エネルギーが最も低い定常状態に着目し、この状態での電子の運動量の大きさを p_g と表す。電子の存在する区間の長さ L と運動量の大きさ p_g の積 Lp_g の値は $\boxed{\text{(シ)}} \times h$ である。すなわち、電子を閉じ込める区間が狭くなるほど、電子の運動量の大きさは $\boxed{\text{(ス)}} \times h$ なる。これは、ド・ブロイ波長の関係式からの帰結であり、ミクロな世界に特有の現象である。

その後、建設されていった量子力学で、電子波のしたがう方程式として“シュレディンガー方程式”が発見された（1926 年）。この小問で考えた x 軸上の有限区間を運動する電子のエネルギー準位や、小問 (1) で取り扱った水素原子のエネルギー準位の結果は、もちろんシュレディンガー方程式から出発して導出することができる。なお、小問 (1) の取り扱いで水素原子の問題が完全に解決されていたわけではないが、それら残された問題点も、シュレディンガー方程式に基づく量子力学によって解決されていくことになる。

(ケ), (コ) の解答群

- ① n ② $2n$ ③ n^2 ④ $2n^2$ ⑤ $\frac{1}{n}$ ⑥ $\frac{2}{n}$ ⑦ $\frac{1}{n^2}$ ⑧ $\frac{2}{n^2}$

(サ) の解答群



(シ) の解答群

- ① $\frac{h}{2}$ ② h ③ $\frac{3h}{2}$ ④ $2h$

(ス) の解答群

- ① 大きく ② 小さく

