

E 3 物 理

E 4 化 学

この冊子は、**物理** と **化学** の問題を 1 冊にまとめてあります。

情報科学科と土木工学科は、物理または化学のどちらかを選択

工業化学科は化学指定

機械工学科は物理指定

物理の問題は、1 ページより 21 ページまであります。

化学の問題は、22 ページより 34 ページまであります。

[注 意]

- (1) 試験開始の指示があるまで、この冊子を開いてはいけません。
- (2) 監督者から受験番号等記入の指示があったら、解答用マークシートに受験番号と氏名を記入し、さらに受験番号と志望学科をマークしてください。
- (3) 解答は、所定の解答用マークシートにマークしたものが採点されます。
- (4) 解答用マークシートについて
 - ① 解答用マークシートは、絶対に折り曲げてはいけません。
 - ② マークには黒鉛筆(HBまたはB)を使用してください。指定の黒鉛筆以外でマークした場合、採点できないことがあります。
 - ③ 誤ってマークした場合は、消しゴムで丁寧に消し、消しくずを完全に取り除いたうえ、新たにマークしてください。
 - ④ 解答欄のマークは、横1行について1箇所に限ります。2箇所以上マークすると採点されません。あいまいなマークは無効となるので、はっきりマークしてください。
 - ⑤ 解答用マークシート上部に記載されている解答上の注意事項を、必ず読んでから解答してください。
- (5) 試験開始の指示があったら、初めに問題冊子のページ数を確認してください。
ページの落丁・乱丁、印刷不鮮明等に気づいた場合は、手を挙げて監督者に知らせてください。
- (6) 問題冊子は、試験終了後、持ち帰ってください。

物 理

1

次の問題の の中に入れるべき最も適当なものをそれぞれの解答群の中から選び、その番号を解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。
(同じ番号を何回用いてもよい。答えが数値となる場合は最も近い数値を選ぶこと。)

(35 点)

地球の質量を M [kg]、地球の半径を R [m]、万有引力定数 (重力定数) を G [$\text{N m}^2/\text{kg}^2$] とする。また、地球を密度が一様な球とみなし、地球以外の物体に地球が及ぼす万有引力は地球中心に質量 M [kg] の質点があるとみなして計算したものに等しいと考えてよい。さらに、位置エネルギーを考えると基準点の位置エネルギーを 0 とする。以下では $|x| \ll 1$ のとき、近似式 $(1+x)^a \doteq 1+ax$, $\sin x \doteq x$, $\cos x \doteq 1 - \frac{1}{2}x^2$ を使ってよい。

- (1) 地球が及ぼす万有引力だけを考えると、地表における重力加速度の大きさ g_0 [m/s^2] は、 $g_0 =$ (ア) である。

位置エネルギーの基準点を無限遠にとると、図 1-1 のように、地表から高さ h [m] の点に質量 m [kg] の質点があるときの位置エネルギー $U(h)$ [J] は $U(h) =$ (イ) である。

地表から高さ h [m] の点における重力加速度の大きさを $g(h)$ [m/s^2] とする。 $h \ll R$ のとき、 $g(h)$ と g_0 との相対変化は $\frac{g(h) - g_0}{g_0} =$ (ウ) である。たとえば、東京スカイツリー (高さ 634 m) の頂上での値と地表での値の差は十分小さく、そのような範囲で考える限り重力加速度を定数と近似してよいことがわかる。また、 $U(h) - U(0)$ は (エ) [J] と近似でき、これは基準点を地表に取り直した位置エネルギーに対応する。

(ア) の解答群

- ① $\frac{GM}{R}$ ② $\frac{2GM}{R}$ ③ $\frac{GM^2}{R}$ ④ $\frac{2GM^2}{R}$
- ⑤ $\frac{GM}{R^2}$ ⑥ $\frac{2GM}{R^2}$ ⑦ $\frac{GM^2}{R^2}$ ⑧ $\frac{2GM^2}{R^2}$

(イ) の解答群

- ① $-\frac{GMm}{\sqrt{R^2+h^2}}$ ② $-\frac{GMmR}{R^2+h^2}$ ③ $-\frac{GMm}{R+h}$ ④ $-\frac{GMmR}{(R+h)^2}$
- ⑤ $\frac{GMm}{\sqrt{R^2+h^2}}$ ⑥ $\frac{GMmR}{R^2+h^2}$ ⑦ $\frac{GMm}{R+h}$ ⑧ $\frac{GMmR}{(R+h)^2}$

(ウ) の解答群

- ① $-2\frac{h}{R}$ ② $-2\left(\frac{h}{R}\right)^2$ ③ $-\frac{h}{R}$ ④ $-\left(\frac{h}{R}\right)^2$
- ⑤ $\frac{h}{R}$ ⑥ $\left(\frac{h}{R}\right)^2$ ⑦ $2\frac{h}{R}$ ⑧ $2\left(\frac{h}{R}\right)^2$

(エ) の解答群

- ① $-\frac{GMmh}{2h^2}$ ② $-\frac{GMmh}{2R^2}$ ③ $-\frac{GMmR}{h^2}$ ④ $-\frac{GMmh}{R^2}$
- ⑤ $\frac{GMmh}{2h^2}$ ⑥ $\frac{GMmh}{2R^2}$ ⑦ $\frac{GMmR}{h^2}$ ⑧ $\frac{GMmh}{R^2}$

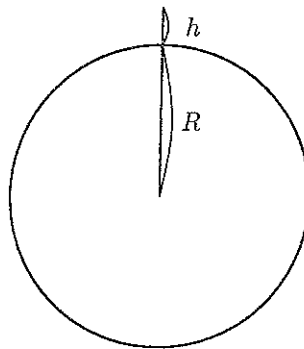


図 1-1

(2) 次に地球の自転の影響を考える。自転の角速度を ω [rad/s] とする。図 1-2 のように赤道面となす角 (緯度) が θ [rad] であるような地表の点 P に静止している質量 m [kg] の質点に働く遠心力の大きさは (オ) [N] である。

地球の万有引力と自転の遠心力の合力による加速度を有効重力加速度と呼ぶことにすると、その大きさは g_0 , R , ω などを用いて (カ) [m/s²] となる。

$R = 6.4 \times 10^6$ m としたとき、北極点と赤道上的点とでは、有効重力加速度の大きさの差が (キ) m/s² である。

さらに仮想的に、非常に速く自転している場合を考えると、赤道上的有効重力加速度が 0 になってしまう場合もあり得る。このときの自転周期を T [s] とすると、 $T =$ (ク) である。

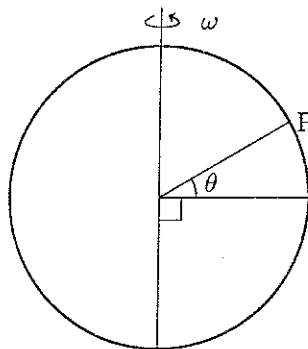


図 1-2

(オ) の解答群

- ⑥ $R\omega^2$ ① $R\omega^2 \cos \theta$ ② $R\omega^2 \sin \theta$ ③ $mR\omega^2$
- ④ $mR\omega^2 \cos \theta$ ⑤ $mR\omega^2 \sin \theta$

(カ) の解答群

- ⑥ $g_0 + R\omega^2$ ① $g_0 - R\omega^2$
- ② $\sqrt{g_0^2 - g_0 R\omega^2 + R^2 \omega^4}$ ③ $\sqrt{g_0^2 - 2g_0 R\omega^2 \cos^2 \theta + R^2 \omega^4}$
- ④ $\sqrt{g_0^2 - 2g_0 R\omega^2 \sin^2 \theta + R^2 \omega^4}$ ⑤ $\sqrt{g_0^2 - 2g_0 R\omega^2 \cos^2 \theta + R^2 \omega^4 \cos^2 \theta}$
- ⑥ $\sqrt{g_0^2 - 2g_0 R\omega^2 \sin^2 \theta + R^2 \omega^4 \sin^2 \theta}$

(キ) の解答群

- ⑥ 0.0017 ① 0.0034 ② 0.017 ③ 0.034
- ④ 0.17 ⑤ 0.34 ⑥ 1.7 ⑦ 3.4

(ク) の解答群

- ⑥ $\sqrt{\frac{4\pi}{g_0}}$ ① $\sqrt{\frac{4\pi}{g_0}} R$ ② $\sqrt{\frac{4\pi}{Mg_0}}$ ③ $\sqrt{\frac{4\pi}{Mg_0}} R$
- ④ $\sqrt{\frac{4\pi^2}{g_0}}$ ⑤ $\sqrt{\frac{4\pi^2}{g_0}} R$ ⑥ $\sqrt{\frac{4\pi^2}{Mg_0}}$ ⑦ $\sqrt{\frac{4\pi^2}{Mg_0}} R$

(3) 質量が地球の C_p 倍、半径が地球の E_p 倍であるような球形で内部の密度が一般的な惑星を考える。この小問では重力加速度に対する自転や他の天体の影響は無視できるとする。この惑星の表面に実験室を作り、その内部では重力加速度が一定とみなせるものとする。実験室天井に質量が無視できるバネ定数 k [N/m] のバネの一端を固定し、もう一方の端に質量 m [kg] のおもりをつけて、バネの自然長の状態から静かにおもりを放した。この場合、バネの伸びの最大値は、地表（地球の表面）で同じ実験（同じバネと同じおもりを使う）をしたときの値の (ケ) 倍となる。一方、おもりの最大の速さとおもりの振動周期は、それぞれ地表での値の (コ) 倍、(サ) 倍となる。

同様に、この惑星の実験室天井に、長さ L [m] の糸の一端を固定し、もう一方の端に質量 m [kg] のおもりをつけて振り子を作る。糸はたわんだり伸び縮みしたりせず、質量も無視できるものとする。糸が鉛直下方と角度 θ_0 [rad]（ただし $\theta_0 \ll 1$ とする）をなす状態から、静かにおもりを放した。おもりの最大の速さは、地表で同じ実験（同じ糸と同じおもりを使う）を行ったときの値の (シ) 倍となる。また、おもりの振動周期は、地表での値の (ス) 倍となる。

(ケ), (コ), (サ), (シ), (ス) の解答群

- ① 1 ① $\sqrt{\frac{C_p}{E_p}}$ ② $\sqrt{\frac{E_p}{C_p}}$ ③ $\frac{C_p}{E_p}$
- ④ $\frac{E_p}{C_p}$ ⑤ $\sqrt{\frac{C_p}{E_p^2}}$ ⑥ $\sqrt{\frac{E_p^2}{C_p}}$ ⑦ $\frac{C_p}{E_p^2}$
- ⑧ $\frac{E_p^2}{C_p}$

2

次の問題の の中に入れるべき最も適当なものをそれぞれの解答群の中から選び、その番号を解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。
(同じ番号を何回用いてもよい。)

(45 点)

(1) 図 2-1 は、断面積 $S[\text{m}^2]$ 、長さ $\ell[\text{m}]$ の均一な円柱状の導体を表している。この導体の両端 A、B の間の電気抵抗を $R[\Omega]$ とすると、この導体の抵抗率 $\rho[\Omega \text{ m}]$ は R 、 S 、 ℓ を用いて $\rho = R \frac{S}{\ell}$ と表すことができる。図の導体の両端の電位差が $V[\text{V}]$ で、大きさ $I[\text{A}]$ の時間とともに変動しない電流(定常電流)が導体の断面に垂直な方向に流れているとき、導体中には一様な電場が生じており、その大きさ $E[\text{V/m}]$ は $E = \text{ア}$ である。また、単位面積あたりの電流を電流密度 $i[\text{A/m}^2]$ と呼び、 $i = \frac{I}{S}$ と表される。よって、オームの法則は ρ と i を用いて $E = \text{イ}$ と表すことができる。したがって、導体中で i が流れている位置には イ で表される大きさの電場が生じており、それによって荷電粒子が力を受けて運動することで電流が生じている。

以下では、導体試料の抵抗率を測定する方法について考えてみよう。

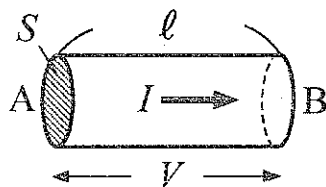


図 2-1

(2) 図 2-2(a) のような均一な円柱状導体試料の抵抗率 ρ を測定する方法を考える。試料の断面積を $S[\text{m}^2]$ とする。図 2-2(a) のように、試料上の点 a と点 b に端子を取り付け、直列に直流電源と電流計を、並列に電圧計を接続する。ab 間の長さは $\ell[\text{m}]$ とする。図 2-2(b) は図 2-2(a) の回路図である。試料の ab 間には一様な定常電流 $I[\text{A}]$ が流れている。また、ab 間の電気抵抗を $R_{ab}[\Omega]$ とすると、測定したい抵抗率 $\rho[\Omega \text{ m}]$ は $\rho = R_{ab} \frac{S}{\ell}$ である。このように、二つの端子を用いて電流計と電圧計を試料に接続する抵抗率の測定方法を「二端子法」と呼

ぶ。図 2-2(b) 中で点線で囲った部分は、図 2-2(a) における電圧計を示している。 $R_V [\Omega]$ は、電圧計の内部抵抗であり、電圧計に流れる電流を $I' [A]$ とする。すなわち、電圧計は電圧 $V_m = R_V I' [V]$ を測定値として表示する。以下の問題では電流計の内部抵抗は無視できるものとする。また、電気抵抗 $r_1 [\Omega]$, $r_2 [\Omega]$ は試料上の点 a, b に端子を接続する際に端子と試料表面との接合部に生じる電気抵抗で「接触抵抗」と呼ばれる。

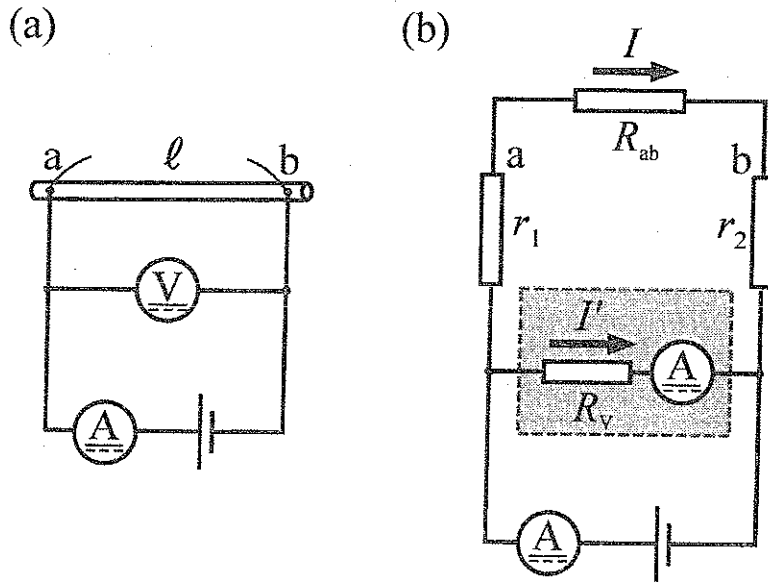


図 2-2

電圧計の表示する電圧 V_m と電流計の表示する電流 $I_m [A]$ の測定値より求められる試料の抵抗率 $\rho_m [\Omega \text{ m}]$ は $\rho_m = \frac{S}{\ell} \times \frac{V_m}{I_m}$ と表される。また、 $I_m = \boxed{\text{(ウ)}}$ であるから、 ρ_m は、 R_{ab} , R_V , r_1 , r_2 などを用いて次の式で表すことができる。

$$\rho_m = \frac{S}{\ell} \left(\frac{\boxed{\text{(エ)}}}{1 + \frac{I'}{I}} \right) = \frac{S}{\ell} \left(\frac{\boxed{\text{(エ)}}}{1 + \boxed{\text{(オ)}}} \right)$$

通常、電圧計の内部抵抗 R_V は、 R_{ab} , r_1 , r_2 に比べて非常に大きいため、 ρ_m は $\rho_m \approx \frac{S}{\ell} \left(\boxed{\text{(力)}} \right)$ と近似することができる。

(ア) の解答群

- ① $\frac{\ell}{V}$ ② $R\frac{\ell}{V}$ ③ $R\frac{V}{\ell}$
④ $2R\frac{V}{\ell}$ ⑤ $V\frac{\ell}{R}$ ⑥ $\frac{V}{2\ell}$ ⑦ $\frac{2\ell}{V}$

(イ) の解答群

- ① $\rho i\frac{\ell}{V}$ ② ρi ③ $2\rho i$
④ $\ell\rho i$ ⑤ $\frac{1}{2}\rho i$ ⑥ $\frac{1}{3}\rho i$ ⑦ $\frac{\rho}{i}$

(ウ) の解答群

- ① I ② I' ③ $I + I'$
④ $I - I'$ ⑤ $\frac{I + I'}{2}$ ⑥ $\frac{I - I'}{2}$ ⑦ 0

(エ), (カ) の解答群

- ① $r_1 + r_2$ ② $R_{ab} + r_1 + r_2$
③ $R_{ab} + r_1 - r_2$ ④ $R_{ab} - r_1 + r_2$ ⑤ $R_{ab} - r_1 - r_2$
⑥ $\frac{R_{ab} + r_1 + r_2}{2}$ ⑦ $\frac{R_{ab} - r_1 - r_2}{2}$

(オ) の解答群

$$\textcircled{0} \ R_{ab} + R_V - r_1 - r_2 \quad \textcircled{1} \ \frac{R_{ab} + r_2}{R_V}$$

$$\textcircled{2} \ \frac{R_{ab} + r_1}{2R_V}$$

$$\textcircled{3} \ \frac{R_{ab} - r_1}{2R_V}$$

$$\textcircled{4} \ \frac{R_V + r_1 + r_2}{R_{ab}}$$

$$\textcircled{5} \ \frac{R_{ab} + r_1 + r_2}{R_V}$$

$$\textcircled{6} \ \frac{R_{ab} - r_1 - r_2}{2R_V}$$

$$\textcircled{7} \ \frac{R_V - 2R_{ab}}{r_1 + r_2}$$

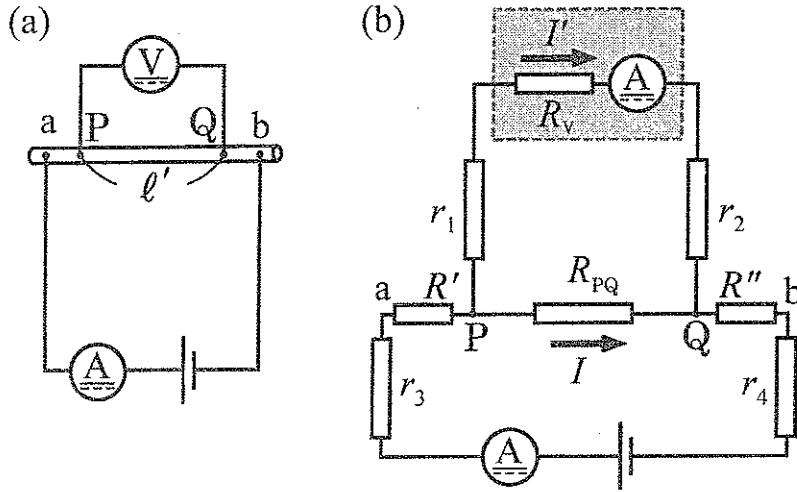


図 2-3

(3) 図 2-2(a) と同じ導体試料を用い、図 2-3(a) のように ab 間に直列に直流電源と電流計を接続し、点 a, b とは異なる試料上の二点、点 P と点 Q に電圧計を接続する。PQ 間の長さを ℓ' [m], PQ 間の電気抵抗を R_{PQ} [Ω] とする。図 2-3(b) は図 2-3(a) の回路図である。図中で点線で囲んだ部分が電圧計を表している。試料の PQ 間に流れる電流を I [A], 電圧計に流れる電流を I' [A] とする。測定したい抵抗率 ρ [Ω m] は $\rho = R_{PQ} \frac{S}{\ell'}$ と表される。このように、電流計と電圧計を別々の端子を用いて試料に接続する抵抗率の測定方法を「四端子法」と呼ぶ。 R' [Ω] は試料の aP 間, R'' [Ω] は Qb 間の電気抵抗を示している。また、電気抵抗 r_1 [Ω], r_2 [Ω], r_3 [Ω], r_4 [Ω] は各端子の接触抵抗を表す。このとき、電圧計の表示する電圧 V_m [V] と電流計の表示する電流 I_m [A] の測定値より求められる試料の抵抗率 ρ_m [Ω m] は $\rho_m = \frac{S}{\ell'} \times \frac{V_m}{I_m}$ と表され、 R_{PQ} , R_V , r_1 , r_2 などを用いて次の式で表すことができる。

$$\rho_m = \frac{S}{\ell'} \left(\frac{\boxed{\text{(キ)}} \times R_V}{\boxed{\text{(キ)}} + R_V + r_1 + r_2} \right) = \frac{S}{\ell'} \left(\frac{\boxed{\text{(キ)}}}{1 + \boxed{\text{(ク)}}} \right)$$

通常、電圧計の内部抵抗 R_V は R_{PQ} , r_1 , r_2 , r_3 , r_4 に比べて非常に大きいため、 ρ_m は $\rho_m \approx \frac{S}{\ell'} \left(\boxed{\text{(ケ)}} \right)$ と近似することができる。以上の考察から、抵抗率の測定方法に関して、 $\boxed{\text{(コ)}}$ がわかる。

(キ), (ケ) の解答群

- | | | |
|----------------------------------|------------------------|----------------------------------|
| ① $r_1 + r_2$ | ① R_{PQ} | ② $\frac{R_{PQ} + r_1 + r_2}{2}$ |
| ③ $\frac{R_{PQ} - r_1 - r_2}{2}$ | ④ $R_{PQ} + r_1 + r_2$ | ⑤ $R_{PQ} + r_1 - r_2$ |
| ⑥ $R_{PQ} - r_1 - r_2$ | ⑦ $R_{PQ} - r_1 + r_2$ | |

(ク) の解答群

- | | | |
|------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| ① $R_{PQ} + R_V - r_1 - r_2$ | ① $\frac{R_{PQ} + r_1}{R_V}$ | ② $\frac{R_{PQ} - r_1}{2R_V}$ |
| ③ $\frac{R_{PQ} + r_2}{2R_V}$ | ④ $\frac{R_{PQ} + r_1 + r_2}{R_V}$ | ⑤ $\frac{R_{PQ} - r_1 - r_2}{2R_V}$ |
| ⑥ $\frac{R_V + r_1 + r_2}{R_{PQ}}$ | ⑦ $\frac{R_V - 2R_{PQ}}{r_1 + r_2}$ | |

(コ) の解答群

- ⑦ 試料の抵抗率の高低にかかわらず、二端子法と四端子法は互いに一致する試料の抵抗率を与えること
- ① 二端子法の方がより正確に試料の抵抗率を与え、その長所は試料の抵抗率が高いほど顕著になること
- ② 二端子法の方がより正確に試料の抵抗率を与え、その長所は試料の抵抗率が低いほど顕著になること
- ③ 四端子法の方がより正確に試料の抵抗率を与え、その長所は試料の抵抗率が高いほど顕著になること
- ④ 四端子法の方がより正確に試料の抵抗率を与え、その長所は試料の抵抗率が低いほど顕著になること

左のページは白紙です。

(4) 無限に大きく、完全に平坦な表面をもつ導体試料の抵抗率 $\rho [\Omega \cdot \text{m}]$ を測定することを考えよう。 ρ は試料のいたるところで同じ値をとるものとする。まず、図 2-4(a) のように試料表面の点 a と点 b に端子を取り付け、直流電源を接続して電流 $I [\text{A}]$ を流す。そして、点 a, b とは異なる試料表面の点 P と点 Q に電圧計を接続してその電位差 $V_{PQ} [\text{V}]$ を測定する。この測定方法は、電流と電位差の測定を別々の端子を介して行うために、電圧計の内部抵抗が十分に大きければ、四端子法と同様な方法と言える。図 2-4(b) に点 a, b, P, Q の配置を示した。点 a, b, P, Q は、それぞれの点を頂点とする長方形を成しており、辺 aP の長さは $d [\text{m}]$ 、角度 $\angle aPb$ は 60° である。

点 P, Q の電位を求めるために、まず、一本の端子が点 a に接続され、電流 I が点 a から試料中に流れ出している状況を考える。電位の基準点を無限遠とする。図 2-5 にこの様子を示した。点 a から試料中に流れ出した電流は、点 a を中心として、試料中を放射状に均等に電位 0 の無限遠へ流れるものとする。いま、試料中に点 a を中心とした半径 $r [\text{m}]$ の半球を考えると、点 a から流れ出した電流は、点 a を中心として、どの方向にも等しく流れてゆくので、半球の表面 S を通過する電流の電流密度 $i [\text{A}/\text{m}^2]$ は $i = \boxed{\text{(サ)}}$ と表すことができる。したがって、小問 (1) で求めた電場と電流密度の関係より、点 a から $r [\text{m}]$ 離れた試料中の任意の点における電場の大きさ $E_a [\text{V}/\text{m}]$ は ρ を用いて $E_a = \boxed{\text{(シ)}}$ と書くことができる。

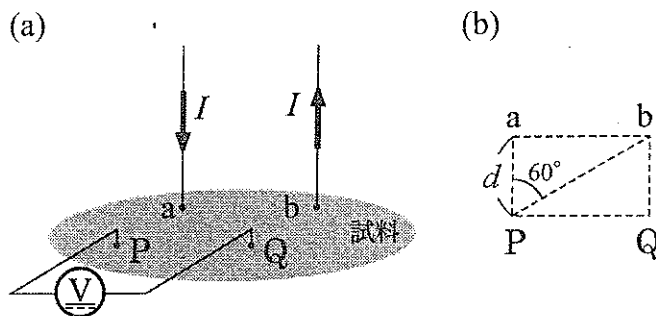


図 2-4

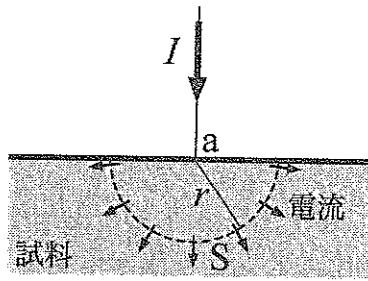


図 2-5

ところで、大きさ $E = \frac{C}{r^2}$ [V/m] で、無限遠に向かう電場において、電位の基準点を無限遠にとれば、電位は $V = \frac{C}{r}$ [V] と表すことができる。ここで、 C [Vm] は定数である。このことから、(シ) で表される電場において、点 a から r だけ離れた点の電位 V_a [V] は $V_a =$ (ス) と表すことができる。したがって、点 P での E_a による電位 V_{aP} [V] は $V_{aP} =$ (セ)、点 Q での電位 V_{aQ} [V] は $V_{aQ} =$ (ソ) となる。次に、点 a に接続していた一本の端子をはずして、かわりに点 b に接続し、試料中を無限遠から集まってきた電流 I が点 b に流れ込む状況を考える。点 b から r だけ離れた点における電位は、点 a から r だけ離れた点における電位 V_a と比較して、 r の原点を点 b に変更し、その符号を反転することで得られる。また、点 b から r 離れた試料中の任意の点における電場は、大きさ E_b [V/m] が E_a と等しく、向きを点 b に向かう向きにかえたものになる。したがって、点 b に電流が流れ込むとき、点 P での電位 V_{bP} [V] は $V_{bP} = -V_{aQ}$ 、点 Q での電位 V_{bQ} [V] は、 $V_{bQ} = -V_{aP}$ となる。

最後に、図 2-4(a) のように、点 a と点 b に端子を取り付け、電流 I が流れている状態は、これまで互いに独立した現象として考えてきた一本の端子が点 a に接続されて試料中に電流 I が流れ出している状態と、一本の端子が点 b に接続され電流 I が流れ込んでいる状態が同時に起こっていると考えればよい。つまり、図 2-4(a) のように定常電流が流れている試料中に生じている電場は、点 a から電流が流れ出しているときに試料中に生じる電場と、点 b に電流が流れ込んでいる

ときに試料中に生じる電場の重ね合わせによって求めることができる。したがって、図 2-4(a) のように、点 a と点 b に端子を取り付け、電流 I が流れているとき、PQ 間の電位差 V_{PQ} [V] ($V_{PQ} > 0$) は $V_{PQ} =$ (タ) と表すことができる。以上より、試料の抵抗率は $\rho = V_{PQ} \times$ (チ) と求めることができる。

(サ) の解答群

- | | | | |
|------------------------|--------------------------|------------------------|-----------------------|
| ① $\frac{I}{8\pi r^2}$ | ② $\frac{I}{4\pi r^2}$ | ③ $\frac{I}{2\pi r^2}$ | ④ $\frac{I}{\pi r^2}$ |
| ⑤ $\frac{4I}{\pi r}$ | ⑥ $\frac{3}{4\pi r^3 I}$ | ⑦ $\frac{4\pi r^3}{I}$ | ⑧ $2\pi I$ |

(シ) の解答群

- | | | | |
|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| ① $\frac{\rho}{8\pi r^2}$ | ② $\frac{1}{6\pi \rho r^2}$ | ③ $\frac{\rho I}{4\pi r^2}$ | ④ $\frac{\rho I}{2\pi r^2}$ |
| ⑤ $\frac{I}{\pi \rho r^2}$ | ⑥ $\frac{I}{2\pi \rho r}$ | ⑦ $\frac{4I}{\pi \rho r}$ | ⑧ $\frac{3I}{4\pi \rho r^3}$ |

(ス) の解答群

- | | | | |
|--------------------------|---------------------------|-------------------------------|---------------------------|
| ① $\frac{1}{8\pi r}$ | ② $\frac{\rho I}{6\pi r}$ | ③ $\frac{I}{2\pi \rho r}$ | ④ $\frac{\rho I}{2\pi r}$ |
| ⑤ $\frac{I}{\pi \rho r}$ | ⑥ $\frac{2I}{\pi r^2}$ | ⑦ $\frac{4}{3\pi \rho r^2 I}$ | ⑧ $\rho I r$ |

(セ), (ソ), (タ) の解答群

- | | | | |
|---------------------------|----------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| ① 0 | ② $\frac{3\rho I}{2\pi d}$ | ③ $\frac{\rho I}{\pi d}$ | ④ $\frac{3\rho I}{4\pi d}$ |
| ⑤ $\frac{\rho I}{2\pi d}$ | ⑥ $\frac{\rho I}{4\pi d}$ | ⑦ $\frac{\sqrt{2}\rho I}{\pi d}$ | ⑧ $\frac{\sqrt{3}\rho I}{\pi d}$ |

(チ) の解答群

- | | | | |
|------------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|
| ① $\frac{3\pi d}{2I}$ | ② $\frac{2\pi d}{3I}$ | ③ $\frac{4\pi d}{3I}$ | ④ $\frac{8\pi d}{I}$ |
| ⑤ $\frac{4\pi d I}{3}$ | ⑥ $\frac{4\pi d}{I}$ | ⑦ $\frac{2\pi d}{I}$ | ⑧ $\pi d I$ |

3

次の問題の の中に入れるべき最も適当なものをそれぞれの解答群の中から選び、その番号を解答用マークシートの指定された欄にマークしなさい。
(同じ番号を何回用いてもよい。答えが数値となる場合は最も近い数値を選ぶこと。)

(20 点)

真空中の光速を c [m/s]、ボルツマン定数を k [J/K] とする。

以下では $|x| \ll 1$ のとき、近似式 $(1+x)^a \approx 1+ax$ を使ってよい。

- (1) 光源がある振動数の光を放出している。光源に対して静止している観測者 S からみて、その振動数は f [Hz] である。その光源が、別の観測者 O に対して速度 v [m/s] (ただし $|v| \ll c$ とする) で近づいている。観測者 O に近づく向きを光源の変位や速度の正の向きにとる。時間 $\frac{1}{f}$ [s] の間に光は距離 (ア) [m] 進み、同じ時間間隔の間に光源は (イ) [m] 変位する。よって、観測者 O からみた光の波長 λ_O [m] は $\lambda_O =$ (ウ) である。一方、光源に対して静止している観測者 S が観測する光の波長 λ_S [m] は $\lambda_S =$ (エ) であるので、O と S が観測する光の相対的な波長の変化 $\frac{\lambda_O - \lambda_S}{\lambda_S}$ は (オ) となる。すなわちこの場合は、光の波長の変化は音波の波長の変化と同様に考えることができる。

(ア), (イ), (エ) の解答群

④ $\frac{c}{f}$

① $\frac{v}{f}$

② $\frac{f}{c}$

③ $\frac{f}{v}$

④ fc

⑤ fv

⑥ $\frac{1}{fc}$

⑦ $\frac{1}{fv}$

(ウ) の解答群

④ $\frac{c-v}{f}$

① $\frac{c+v}{f}$

② $\frac{f}{c-v}$

③ $\frac{f}{c+v}$

④ $f(c-v)$

⑤ $f(c+v)$

⑥ $\frac{1}{f(c-v)}$

⑦ $\frac{1}{f(c+v)}$

(オ) の解答群

④ $\frac{c}{c+v}$

① $\frac{c}{c-v}$

② $\frac{c-v}{c}$

③ $\frac{c+v}{c}$

④ $\frac{c+v}{v}$

⑤ $\frac{c-v}{v}$

⑥ $\frac{c}{v}$

⑦ $\frac{v}{c}$

⑧ $-\frac{c}{v}$

⑨ $-\frac{v}{c}$

(2) 現在、我々の銀河系から距離 2×10^{22} m の位置にアンドロメダ銀河がある。

アンドロメダ銀河の中に静止している原子からある波長の光が放出されていて、アンドロメダ銀河の中に静止している観測者が観測するとその光の波長は λ [m] であるとする。

アンドロメダ銀河から放出されたその光を我々の銀河系の中に静止している観測者が観測したとき、波長が 0.0004λ 短くなっていた。アンドロメダ銀河が、現在の速度を維持して我々の銀河系に向かって進んでくるとすると、我々の銀河系とアンドロメダ銀河が衝突するのは約 (カ) 年後である。ただし、それぞれの銀河の大きさは現在の距離に比べれば無視できるとし、光速を $c = 3 \times 10^8$ m/s とする。

(3) 温度 T [K] の単原子分子理想気体からなる天体を考える。天体の運動や回転は無視できるものとする。気体分子1個の平均運動エネルギーは (キ) [J] であり、気体分子の質量を m [kg] とすると気体分子の速度の二乗の平均 $\langle v^2 \rangle$ [m^2/s^2] は (ク) [m^2/s^2] である。ただし $\langle v^2 \rangle \ll c^2$ であるとする。また、この気体分子は静止系での波長 (気体分子に対して静止している観測者が観測したときの波長) が λ_s [m] であるような光を放出しているとする。この気体を天体に対して静止している観測者が遠くから観測する場合、気体の中には熱運動のため観測者に近づく分子や遠ざかる分子があるので、観測される光の波長 λ_o [m] も λ_s を中心に広がる。近づいたり遠ざかったりする分子の代表的な速さが $\sqrt{\frac{1}{3}\langle v^2 \rangle}$ [m/s] であるとする、観測される光の波長の代表的なずれ ($|\lambda_o - \lambda_s|$ [m]) は (ケ) $\times \lambda_s$ となる。このような観測される波長の広がりから、気体の温度を見積もることができる。

(力) の解答群

④ 1×10^5

① 5×10^5

② 1×10^7

③ 5×10^7

④ 1×10^9

⑤ 5×10^9

(キ) の解答群

④ $\frac{1}{2}kT$

① kT

② $\frac{3}{2}kT$

③ $2kT$

④ $\frac{5}{2}kT$

⑤ $3kT$

(ク) の解答群

④ $\frac{kT}{3m}$

① $\frac{kT}{2m}$

② $\frac{kT}{m}$

③ $\frac{3kT}{2m}$

④ $\frac{2kT}{m}$

⑤ $\frac{3kT}{m}$

(ケ) の解答群

④ $\sqrt{mc^2}$

① $\sqrt{kT}$

② $\sqrt{\frac{mc^2}{kT}}$

③ $\sqrt{\frac{kT}{mc^2}}$

④ mc^2

⑤ kT

⑥ $\frac{mc^2}{kT}$

⑦ $\frac{kT}{mc^2}$

